

На правах рукописи

ТИХОНОВ Константин Сергеевич

**Эффекты близости и флуктуации в сверхпроводящих структурах
с беспорядком**

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Черноголовка – 2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Фейгельман М. В.,

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
Мельников А. С.,
доктор физико-математических наук
Копнин Н. Б.

Ведущая организация: Институт физики твердого тела РАН

Защита состоится 28 декабря 2012 года в 11 часов 30 минут на заседании Диссертационного совета Д 002.207.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук по адресу: 142432, Московская обл., г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1-А, Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН.

Автореферат разослан _____ ноября 2012 г.

Ученый секретарь

Диссертационного совета,

доктор физико-математических наук



Гриневич П. Г.

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Сверхпроводящие гибридные структуры - очень богатые системы, которые изучаются на протяжении нескольких последних десятилетий как теоретически, так и экспериментально (в качестве относительно современного краткого обзора см. [1]). В связи с развитием экспериментальной техники становится доступным изучение сопутствующих явлений в новых, недоступных ранее режимах.

Стационарные свойства эффекта близости в равновесных условиях уже хорошо изучены. В частности, ток-фазовое соотношение для длинного SNS перехода [2] было недавно измерено экспериментально [3]. Динамические аспекты этого эффекта сложнее и еще не поняты до конца. Это связано с тем, что вычисление отклика переменного тока на зависящую от времени разность фаз подразумевает как нахождение самих Андреевских уровней, так и определение их чисел заполнения, что является непростой задачей. С экспериментальной точки зрения, измерения такого рода ранее были доступны только в сильно нелинейном режиме [4, 5, 6], однако в недавнем эксперименте [7] был измерен линейный отклик в относительно широком диапазоне частот.

Другим интересным примером современных экспериментов, связанных с эффектом близости, являются эксперименты на структурах, включающих элементы, выполненные на основе графена. Графен [8, 9], среди других впечатляющих свойств, предоставляет благоприятные условия для изучения наведенной сверхпроводимости. Первым экспериментом такого рода было измерение критического тока через широкий плоский SNS контакт [10]. Было показано, что эффект близости в графене во многом качественно похож на обычный эффект близости, известный по обыкновенным грязным металлам. Однако, специфика графена, связанная с возможностью контролировать плотность носителей заряда в широком диапазоне, открывает и другие необычные возможности по изучению эффекта близости [11].

Еще одним аспектом сосуществования нормального и сверхпроводящего

состояний являются сверхпроводящие флуктуации. Теоретическое изучение флуктуационной проводимости в сверхпроводниках началось с открытия параводимости Асламазовым и Ларкиным в 1968 г. [12]. Несмотря на существенное количество теоретических работ по теории сверхпроводящих флуктуаций, результаты которых суммированы в книге Ларкина и Варламова [13], эта область еще является полем для активных исследований. Такая активность отчасти стимулирована современными аккуратными измерениями на различных сверхпроводящих системах [14, 15, 16, 17, 18, 19]. При количественном описании экспериментальных данных по неупорядоченным сверхпроводящим пленкам, обычно используется несколько свободных параметров, таких как критическая температура T_c , критическое магнитное поле B_c и время дефазировки τ_ϕ . В связи с таким количеством свободных параметров, удобнее работать с выражениями, которые справедливы во всей области параметров (B, T) , вместо того, чтобы выполнять описание экспериментальных кривых в каждой из асимптотических областей отдельно. Кроме важности таких результатов с точки зрения эксперимента, вопрос представляет и теоретический интерес, так как до сих пор нет окончательного теоретического ответа в связи с существованием нескольких противоречащих друг другу работ.

Целью работы являлось:

1. Построение теории наведенной сверхпроводимости в графене. В частности, изучение условий реализации необычного для объемных сверхпроводников состояния, которое соответствует наличию двух параметрически различающихся энергетических масштабов - критической температуры, при которой наступает глобальная фазовая когерентность T_c и величины спектральной щели при низких температурах E_g .

2. Вычисление поправок к тензору электрической проводимости грязных пленок, связанных с флуктуациями (классическими и квантовыми) сверхпроводящего параметра порядка во всей области выше фазового перехода в сверхпроводящее состояние.

3. Исследование эффектов, связанных с неравновесностью в длинных и грязных SNS-переходах с сильными барьерами на границах сверхпроводящей и нормальной областей. В частности, вычисление амплитуд первой и второй гармоник в нелинейном по напряжению режиме и высоких температурах, когда главные (по параметру прозрачности барьера) вклады оказываются экспоненциально малы.

4. Описание эксперимента по измерению восприимчивости SNS - контакта к слабому переменному магнитному полю, индуцирующему нестационарную разность фаз на переходе.

Научная новизна работы заключается в следующих оригинальных результатах, которые выносятся на защиту:

1. Показано, что специфика графена (малая концентрация носителей и высокая подвижность электронов) позволяет реализовать в нем сверхпроводящее состояние путем покрытия малой доли его поверхности сверхпроводящими островками. Вычислена зависимость критической температуры (температуры появления глобальной фазовой когерентности) и щели в электронном спектре от геометрических параметров массива гранул и сопротивления между гранулой и пленкой графена.

2. Вычислены флуктуационные поправки в тензор электрической проводимости грязной пленки нормального металла за счет взаимодействия в куперовском канале при произвольных температурах и магнитных полях. В результате численного анализа общих результатов получена диаграмма для качественной зависимости проводимости от температуры и магнитного поля.

3. Для длинного SINIS ($r = R_B/R_N \gg 1$) контакта вычислена зависимость от напряжения амплитуд первых двух гармоник нестационарного тока при высоких температурах. Показано, что вклад неравновесного происхождения, который оказывается порядка r^{-4} , доминирует в переменном токе за счет его медленного спада с ростом температуры (длины) перехода.

4. Получены уравнения, которые описывают линейный отклик SNS структуры на гармоническую разность фаз. Полученные уравнения проанализи-

рованы при низких частотах и выполнено сравнение с результатами эксперимента.

Научная и практическая ценность. Полученные новые результаты и методы позволяют лучше понять физику эффекта близости и сверхпроводящих флуктуаций в различных структурах, содержащих сверхпроводники. Они могут быть применены для дальнейших теоретических исследований и анализа экспериментальных данных.

Апробация работы. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на международной конференции по мезоскопической физике (г. Черноголовка, 2009 и 2012), на международной конференции *Fundamentals of electronic nano-systems NanoPump*, (г. Санкт-Петербург, 2012) на научных семинарах в институтах КИТ (Karlsruhe, Germany), TAMU (College Station, Texas), Института Теоретической Физики им. Л. Д. Ландау РАН (г. Черноголовка) и Института физики микроструктур РАН (г. Нижний Новгород).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 научные работы, список которых приведен в конце реферата.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

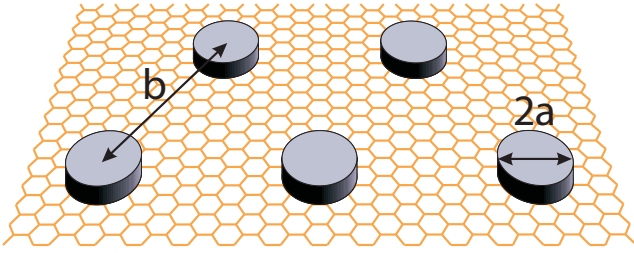


Рис. 1: Пленка графена, покрытая сверхпроводящими островками.

Основное содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность рассматриваемой темы, научная новизна исследований, а также сформулированы цели и приведены основные результаты работы. Дается краткое введение в главный метод исследования всех рассматриваемых в диссертации явлений: уравнение Узаделя. В наиболее общем виде оно было впервые выписано в основополагающей работе Ларкина и Овчинникова [20] и оказалось чрезвычайно удобным для описания явлений, связанных неоднородной сверхпроводимостью [21]. Удобство этого подхода состоит в том, что он позволяет с самого начала работать с эффективной диффузной теорией, способной описать все неравновесные явления, имеющие место в квазиклассическом (когда характерные энергии много меньше, чем E_F) приближении на масштабах, меньших частоты упругих рассеяний τ^{-1} .

В **главе 1** построена теория сверхпроводящего эффекта близости, наведенного в графене сверхпроводящими островками радиуса a , образующих решетку с периодом b (Рис. 1). Основные предположения состоят в следующем: i) графен находится вдали от Дираковской точки, что подразумевает относительно большие затворные потенциалы $|V_g| \geq 10V$, так что концентрация носителей $n \geq 10^{12} \text{cm}^{-2}$ и ii) распространение электронов - диффузное на всех масштабах, то есть $l \ll a \ll b$. При выполнении этих условий система полностью описывается уравнением Узаделя.

Температура перехода в когерентное состояние T_c может быть найдена в приближении попарного взаимодействия между островками. Таким образом, T_c определяется величиной Джозефсоновской связи между двумя отдель-

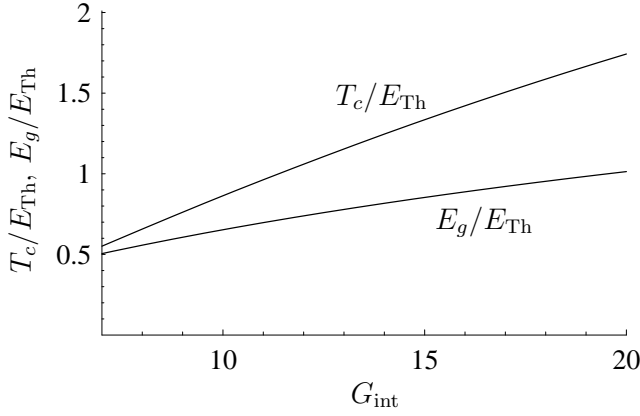


Рис. 2: Критическая температура, T_c и спектральная щель при нулевой температуре, E_g , как функция поверхностного кондактанса G_{int} (кондактанс пленки $g = 6$, и $b/a = 10$).

ными островками. Ее удается вычислить за счет того, что при выполнении условия $a \ll b$ задачу о вычислении энергии связи можно решать, линеаризуя уравнения Узаделя вдали от обоих островков, в области, где аномальная функция Грина мала. В этой области она дается следующим выражением:

$$F_\omega(r) = e^{i\phi_1} \sin \theta_\omega (|r - r_1|) + e^{i\phi_2} \sin \theta_\omega (|r - r_2|), \quad (1)$$

где $r_{1,2}$ - координаты островков с фазами параметра порядка $\phi_{1,2}$, а функция $\theta_\omega(r)$ получается из решения линеаризованного уравнения Узаделя:

$$\theta_\omega(r) = A(\omega) K_0(r/L_\omega), \quad A(\omega) = \frac{\Theta(t_\omega)}{\ln L_\omega/a}. \quad (2)$$

Здесь функция Θ решает нелинейное уравнение $\Theta(t) = t \cos t$, L_ω - характерна длина спада свехпроводящих корреляций, равная $L_\omega = \sqrt{D/2\omega}$ и $t_\omega = \frac{G_{\text{int}}}{2\pi g} \ln L_\omega/a$. Решение уравнения Узаделя в виде (1) позволяет вычислить энергию связи островков:

$$E_J = 4\pi g T \sum_{n>0} A^2(\omega_n) P\left(\sqrt{\omega_n/8E_{Th}}\right), \quad (3)$$

где

$$P(z) = z \int_0^\infty K_0(z \cosh t) K_1(z \cosh t) dt. \quad (4)$$

Двумерный массив островков с попарной энергией связи E_J претерпевает переход Березинского-Костерлица-Таулеса при температуре, определяемой

условием:

$$T_c = \gamma E_J(b, T_c). \quad (5)$$

Параметр γ зависит от геометрии массива и для треугольной структуры равен $\gamma = 1.47$ [22].

При температурах, много меньших критической, $T \ll T_c$, попарное приближение для описания взаимодействия островков перестает работать. Устанавливается полная фазовая когерентность (фазы всех островков ϕ_i равны) и возникает вопрос о спектральной щели одноэлектронных возбуждений над полностью когерентным основным состоянием. Если островки образуют периодическую пространственную структуру, задача сводится к решению уравнения Узаделя (которое уже нельзя линеаризовывать) с подходящим граничным условием на границе элементарной ячейки периодической структуры островков (n - нормаль к границе элементарной ячейки): $n \nabla \theta = 0$.

Если граница между островком и слоем графена идеальна, удастся получить следующее приближенное выражение для щели в спектре:

$$E_g \approx \frac{2.65 E_{Th}}{\ln(b/4a)}. \quad (6)$$

Результаты для критической температуры T_c и минищели E_g как функции кондактанса границы между гранулой и графеном приведены на Рис. 2. Параметрическое различие этих энергетических масштабов отличает рассматриваемую систему от обычного объемного сверхпроводника. Действительно, как следует из условия (5), при $G_{int} \sim g$, температура перехода T_c оказывается порядка энергии Таулеса E_{Th} , что при больших значениях параметра $\ln b/a$ может значительно превышать E_g .

В **главе 2** вычисляется поправка к тензору электрической проводимости, возникающая за счет взаимодействия в Куперовском канале. Получены общие выражения для продольной и поперечной проводимостей, справедливые во всей диффузной области выше сверхпроводящего перехода. В отличие от большинства предыдущих опубликованных работ на тему сверхпроводящих флуктуаций, вместо вычисления стандартных диаграмм в мнимом времени

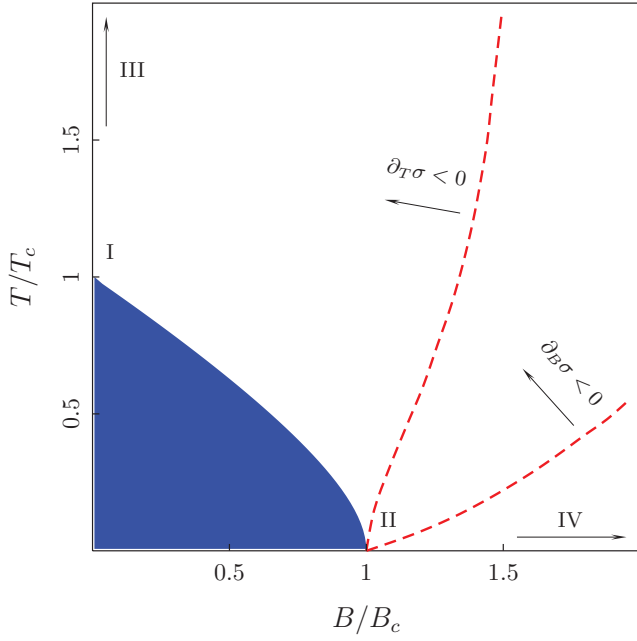


Рис. 3: Фазовая диаграмма для поправки к продольной проводимости $\delta\sigma_{xx}$. Отмечены главные асимптотические области.

(Мацубаровская техника) с последующим аналитическим продолжением, выбран подход, основанный на использовании техники Келдыша совместно с уравнением Узаделя [20, 23, 24]. Основные принятые приближения следующие:

1. Пленка считается не слишком грязной. Безразмерный (измеренный в единицах квантового $g_Q = \frac{2e^2}{h} \approx (12.9k\Omega)^{-1}$) кондактанс пленки на квадрат g считается много большим единицы.

2. Движение считается диффузным на всех существенных масштабах, то есть $T_c\tau \ll 1$ и $\omega_c\tau \ll 1$, где ω_c - циклотронная частота электрона.

3. Сверхпроводящие флуктуации считаются Гауссовыми (то есть, предполагается, что их взаимодействием можно пренебречь). Это условие выполнено на достаточном удалении от линии фазового перехода: например, при нулевом магнитном поле оно обеспечивается неравенством $T - T_c \gg T_c/\sqrt{g}$ [25]. В таких предположениях вклад флуктуаций в проводимость удастся описать с помощью уравнения Узаделя. Окончательно, результат для флуктуационных поправок может быть представлен в следующем виде:

$$\sigma = \sigma^{(D)} + \sigma^{(dos)} + \sigma^{(an)} + \sigma^{(sc)}. \quad (7)$$

Здесь $\sigma^{(D)}$ - проводимость Друде, а для возникающих поправок удастся получить общие результаты для продольной и поперечной проводимости. Для

продольной проводимости они имеют следующий вид:

$$\sigma^{(dos)} = -2e^2 Dv \sum_n \int (d\omega) \left[\mathcal{B} \operatorname{Im} \frac{\mathcal{E}_n''}{\mathcal{E}_n} + \mathcal{B}' \frac{\operatorname{Im} \mathcal{E}_n \operatorname{Re} \mathcal{E}_n'}{|\mathcal{E}_n|^2} \right], \quad (8)$$

$$\sigma^{(an)} = -4e^2 Dv \sum_n \int (d\omega) \mathcal{B}' \frac{\operatorname{Im}^2 \mathcal{E}_n}{|\mathcal{E}_n|^2} \frac{1}{\tau_\phi^{-1} + \epsilon_n}, \quad (9)$$

$$\sigma^{(sc)} = -2e^2 D\Omega_c^{-1} v \sum_n \int (d\omega) (n+1) (\mathcal{B}u + \mathcal{B}'v), \quad (10)$$

где

$$u = \operatorname{Re} [K_n K_n' L_n^R L_{n+1}^R], \quad (11)$$

$$v = 2\operatorname{Re} K_n \operatorname{Im} [\mathcal{E}_n + \mathcal{E}_{n+1}] \operatorname{Im} [L_n^R L_{n+1}^A] + \operatorname{Im} K_n \operatorname{Im} [L_{n+1}^R - L_n^R] \quad (12)$$

с $K_n(\omega) = \psi_{n+1}^R(\omega) - \psi_n^R(\omega)$. В этих формулах: $\mathcal{B}(\omega) = \coth(\omega/2T)$ - равновесная Бозе функция распределения. Кроме того, введено обозначение

$$\mathcal{E}_n(\omega) = \ln \frac{T_c}{T} + \psi \left(\frac{1}{2} \right) - \psi^R(n, \omega) \quad (13)$$

с

$$\psi^{R(A)}(n, \omega) = \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\epsilon_n + \tau_\phi^{-1} \mp i\omega}{4\pi T} \right), \quad (14)$$

так что равновесный пропагатор сверхпроводящих флуктуаций равен

$$L_n^R(\omega) = \mathcal{E}_n^{-1}(\omega). \quad (15)$$

Наконец, $\nu = 1/2\pi l_B^2$ - количество состояний на единицу площади на данном уровне Ландау, выраженное через магнитную длину $l_B = 1/\sqrt{2|e|B}$ (для "частицы" зарядом $2|e|$ - Куперовской пары).

Эти результаты обобщают все известные ответы для различных асимптотических областей на случай произвольных температур и магнитных полей. Кроме этого, они позволяют получить ряд новых результатов, полезных при количественном сравнении с экспериментом. Например, характер температурной зависимости сопротивления при различных магнитных полях изображен на Рис. (4). Численный анализ приведенных формул позволяет определить линии на плоскости температура-магнитное поле, на которых

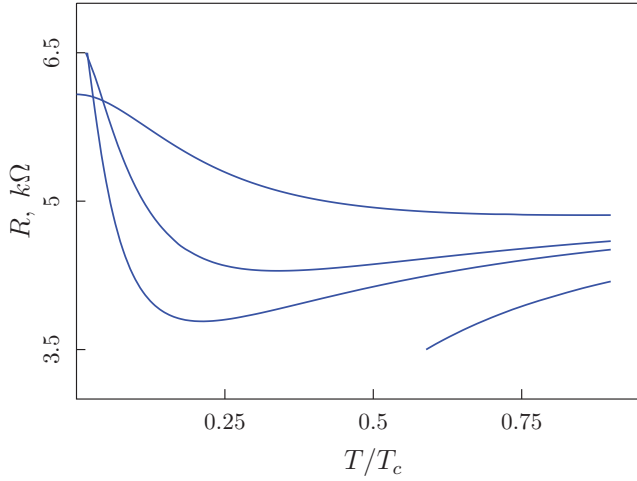


Рис. 4: Сопротивление как функция температуры для серии магнитных полей $B/B_c = 0.9, 1.05, 1.1, 1.3$. Параметры образца выбраны следующим образом: $R_D = 5k\Omega$ и $T_c\tau = 10^{-2}$.

происходит смена характера зависимости проводимости от температуры и магнитного поля. Результат изображен на Рис. (3). Наиболее интересной с теоретической точки зрения является областью квантового фазового перехода II. Отметим, что в предыдущей литературе для этой области встречаются разные ответы. Одним из источников различий является диаграмма Асламазова-Ларкина, для которой в работах [26, 27, 28] были получены разные результаты. Прделанное нами независимое вычисление подтверждает конечность вклада Асламазова-Ларкина при $T \rightarrow 0$ и в соответствующем пределе воспроизводит результат Галицкого и Ларкина [28]. Указаны причины расхождения с остальными работами [26, 27], в которых утверждалось, что этот вклад пропорционален T^2 . Интересно, что поведение обсуждаемой диаграммы в областях $T \rightarrow 0$ и $T \gg T_c$ определяется одним и тем же вкладом.

В **главе 3** изучается эффект близости между двумя массивными сверхпроводниками через нормальный металл. Основное предположение состоит в том, что сопротивление барьеров велико по сравнению с сопротивлением нормального участка структуры. Соответствующий малый параметр $r^{-1} = \frac{R_N}{R_B}$ используется в качестве параметра разложения. Кроме этого, предполагается, что энергетическая щель Δ в сверхпроводящем контакте велика по сравнению с остальными энергетическими масштабами: напряжением V , энергией Таулеса E_{Th} и температурой T .

Возможность рассмотрения эффекта близости по теории возмущений тре-

бует также дополнительного условия. Это связано с тем, что в отсутствие неупругих процессов, сверхпроводящая длина когерентности при малых энергиях становится ничем не ограниченной и может превысить размеры системы. В таком случае аномальные функции Грина при низких энергиях не малы, даже если параметр r велик, что формально приводит к тому, что минигщель не закрывается при сколь угодно малом отношении R_N/R_B . Однако, в любой реальной электронной системе существует механизм, ограничивающий длину когерентности - процессы неупругой релаксации. Частота таких процессов, обезразмеренная временем диффузии, в дальнейшем обозначается $\gamma = \tau_D/\tau_{in}$. В пределе $\gamma r \gg 1$, который мы будем рассматривать в дальнейшем, эффект близости является слабым во всем диапазоне энергий и может быть учтен как малая поправка к нормальному состоянию металла. Тогда наиболее существенными оказываются первые временные гармоники функции Грина и задача может быть решена аналитически. Впервые подобная система рассматривалась Асламазовым, Ларкиным и Овчинниковым в работе [29], где были получены общие формулы для сверхтока через контакт в первом исчезающем порядке по r^{-1} , применимые как в баллистическом, так и в диффузном случаях и выраженные через соответствующие пропагаторы. Мы вычисляем неравновесные поправки к току, которые возникают в следующем порядке по r^{-1} . Как мы покажем, они оказываются основным вкладом в переменный ток при большой температуре электронов в проволоке, когда вклад, найденный в работе [29], экспоненциально подавлен.

Начнем с упрощения спектральных уравнений в рассматриваемом пределе, параметризуя опережающую функцию Грина следующим образом:

$$\hat{G}^R = \begin{pmatrix} 1 - g_1^R & f_1^R \\ f_2^R & -(1 - g_2^R) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Функции $f_{1,2}^R$ могут быть легко найдены из линеаризованных уравнений с

результатом:

$$\begin{aligned} f_1^R(\epsilon, x, t) &= v(\epsilon) \left[e^{i\phi(t)/2} \cos \kappa (x + 1/2) + e^{-i\phi(t)/2} \cos \kappa (x - 1/2) \right], \\ f_2^R(\epsilon, x, t) &= v(\epsilon) \left[e^{-i\phi(t)/2} \cos \kappa (x + 1/2) + e^{i\phi(t)/2} \cos \kappa (x - 1/2) \right]. \end{aligned}$$

Здесь $\kappa(\epsilon) = \sqrt{2i\epsilon/E_{Th} - \gamma}$ - комплексный волновой вектор и $v(\epsilon) = -\frac{1}{r} \frac{1}{\kappa \sin \kappa}$.

Опережающие корреляторы определяются фундаментальной симметрией: $\hat{G}^R(1, 1') = \hat{\tau}^3 \left(\hat{G}^A(1', 1) \right)^+ \hat{\tau}^3$, так что $f_{1,2}^A(\epsilon, x, t) = f_{1,2}^R(-\epsilon, x, t)$. Например, у правого контакта аномальные функции равны (ϕ - разность фаз параметров порядка на переходе):

$$f_{1,2}^R(x = \frac{1}{2}) = u(\epsilon) e^{\pm i\phi(t)/2} + v(\epsilon) e^{\mp i\phi(t)/2}, \quad (17)$$

где $u(\epsilon) = -\frac{1}{r} \frac{\cos \kappa}{\kappa \sin \kappa}$. Отметим, что аномальная функция в точке $x = 1/2$ является суммой двух вкладов, один из которых (пропорциональный $u(\epsilon)$) происходит от правого резервуара и спадает с энергией относительно медленно, как $\epsilon^{-1/2}$, а другой (пропорциональный $v(\epsilon)$) происходит от левого резервуара и спадает с энергией гораздо быстрее, как $\epsilon^{-1/2} \exp(-\sqrt{\epsilon/E_{Th}})$. Диагональные компоненты запаздывающей и опережающей функций Грина, дающие поправку к плотности состояний, определяются условием нормировки Гринской функции, которое дает:

$$g_1 = \frac{1}{2} f_1 \cdot f_2, \quad g_2 = \frac{1}{2} f_2 \cdot f_1. \quad (18)$$

Здесь символ $f \cdot g$ означает свертку функций f и g (интегрирование по промежуточному временному аргументу). После того как спектральные функции Грина вычислены, мы переходим к определению функции распределения электронов \hat{h} . Функция распределения близка к тепловой $H(\epsilon) = \tanh\left(\frac{\epsilon}{2T}\right)$, так что $h_3(x, \epsilon, t) \lesssim (\gamma r)^{-2}$ и $h_0(x, \epsilon, t) = H(\epsilon) + f(\epsilon, x, t)$, где $f \lesssim (\gamma r)^{-2}$. Мы будем предполагать, что кинетический интеграл можно рассматривать в τ -приближении: $\hat{I}_{St}\{\hat{h}\} = -\frac{2}{\tau_{in}} \left(\hat{h} - H(\epsilon) \hat{\tau}_0 \right)$. Это существенное упрощение позволяет вычислить функции распределения при произвольном соотношении остальных параметров задачи. Физически такая ситуация реализуется, если основной источник энергетической релаксации - рассеяние элек-

тронов фононами, а существенные электронные энергии - много меньше тепловых. Мы интересуемся структурой функции распределения на масштабах $E_{Th} \ll T$, поэтому последнее условие заведомо выполнено.

Кинетические уравнения на неравновесные поправки к функции распределения имеют вид:

$$E_{Th} \partial_x^2 f - (\partial_t f + \tau_{in}^{-1} f) = 0, \quad (19)$$

$$E_{Th} \partial_x^2 h_3 - (\partial_t h_3 + \tau_{in}^{-1} h_3 + i\varphi_- H) = 0.$$

Граничные условия на функции распределения можно рассматривать только на одном контакте (например, в точке $x = 1/2$), если учесть, что h_3 и f - нечетная и четная функция координаты x , соответственно. Следует спроектировать граничные условия Куприянова и Лукичева [30] на матрицы $\hat{\tau}_0$, $\hat{\tau}_3$ с нужной точностью. Результатом является следующее разложение функции распределения по временным гармоникам:

$$h_3(\epsilon, x, t) = \sum_{n=0, \pm 1} e^{-2inVt} h_{3,n}(\epsilon, x), \quad (20)$$

$$f(\epsilon, x, t) = \sum_{n=0, \pm 1} e^{-2inVt} f_n(\epsilon, x).$$

Здесь

$$h_{3,n}(\epsilon, x) = \frac{\sin(\kappa(nV)x)}{\kappa(nV) \cos(\kappa(nV)/2)} J_{3,n}(\epsilon) \quad (21)$$

$$f_n(\epsilon, x) = -\frac{\cos(\kappa(nV)x)}{\kappa(nV) \sin(\kappa(nV)/2)} J_{0,n}(\epsilon).$$

и ($i = 0, 3$):

$$J_{i,0}(\epsilon) = \frac{1}{4r} [\alpha(\epsilon + V/2) H_D(\epsilon + V/2) + s_i \alpha(\epsilon - V/2) H_D(\epsilon - V/2)], \quad (22)$$

$$J_{i,1}(\epsilon) = \frac{1}{4r} [v(\epsilon + V/2) H_D(\epsilon - V/2) + s_i v(-\epsilon + V/2) H_D(\epsilon + V/2)].$$

В этих уравнениях $H_D(\epsilon) = \frac{1}{2} [H(\epsilon + V/2) - H(\epsilon - V/2)]$. Кроме того, $s_0 = -1$, $s_3 = 1$ и $\alpha(\epsilon) = u(\epsilon) + u(-\epsilon)$. Кроме того, $J_{0,-1}(\epsilon) = J_{0,1}^*(\epsilon)$, $J_{3,-1}(\epsilon) =$

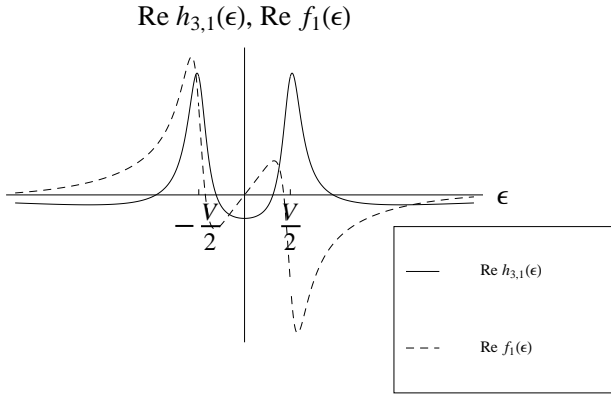


Рис. 5: Неравновесные поправки к функции распределения.

$J_{3,1}^*(\epsilon)$. Найденные функции распределения построены на Рис. 5.

После того, как вычислены функции распределения и спектральные функции, можно вычислить электрический ток согласно

$$I(t) = \frac{1}{8R} \text{tr} \left(\hat{\tau}^3 [\hat{G}_{x=1/2}, \hat{G}_r]^K \right). \quad (23)$$

Переписывая это выражение явным образом, получим:

$$I(t) = \frac{1}{2R} \text{Re} \int e^{-i\phi(t)/2} I(\epsilon, t) d\epsilon, \quad (24)$$

где

$$I(\epsilon, t) = f_1^R \cdot (h_0 - h_3) - (h_0 + h_3) \cdot f_1^A. \quad (25)$$

В этой формуле все функции координаты предполагаются взятыми в точке $x = \frac{1}{2}$. Заметим, что ток $I(t)$ естественным образом представляет собой сумму двух вкладов, которые происходят от разных частей функции распределения: равновесной $H(\epsilon)$ и неравновесной.

В равновесном случае, в формуле (25): $h_0 = H(\epsilon)$, $h_3 = 0$. Для равновесного тока получим: $I_{eq} = I_A + \text{Re}[e^{-2iVt} I_S]$, где I_A — диссипативный ток и I_S — амплитуда сверхтока. Они даются интегралами:

$$I_A(V, T) = \frac{1}{R} \int H_D(\epsilon) \text{Re} u(\epsilon) d\epsilon = \frac{1}{R} \text{Re} \underline{u}(V), \quad (26)$$

$$I_S(V, T) = \frac{1}{R} \int H(\epsilon - V/2) v(\epsilon) d\epsilon = \frac{1}{R} \underline{v}(-V).$$

Мы определили здесь

$$\underline{u}(\omega) = \int [H(\epsilon + \omega/2) - H(\epsilon)] u(\epsilon) d\epsilon, \quad (27)$$

$$\underline{v}(\omega) = \int H(\epsilon + \omega/2) v(\epsilon) d\epsilon.$$

Это известные в литературе результаты: стационарный ток I_A был впервые вычислен в работе Волкова [31], а нестационарный I_S - в уже упоминавшейся работе [29]. При больших температурах $T \gg E_{Th}$ равновесный вклад в нестационарный электрический ток I_S в (26) становится экспоненциально мал. Поэтому может оказаться так, что неравновесный вклад будет доминировать (несмотря на то, что он содержит дополнительную малость по параметру $1/r$, по сравнению с равновесным) так как подавлен температурой только степенным образом. Подобное замечание было впервые сделано Аргаманом [32], который на основании качественных соображений оценил этот вклад. Вычисляя ток по формуле (24), получим:

$$I_{neq}(t) = \text{Re} [e^{-i\omega_J t} \Phi_1 + e^{-2i\omega_J t} \Phi_2]. \quad (28)$$

Вычисление гармоник дает:

$$\Phi_{1,2} = -\frac{\pi E_{Th} V}{16 R r^3 T} \phi_{1,2}. \quad (29)$$

Здесь ϕ_1 , ϕ_2 даются выражением:

$$\phi_1 = \Gamma_0(x_0 - y_0) - \Gamma_V(x_0 + y_0) + (x_V + y_V)(\Gamma_{2V} - \Gamma_V) \quad (30)$$

$$\phi_2 = -(x_V + y_V)\Gamma_{2V}$$

и

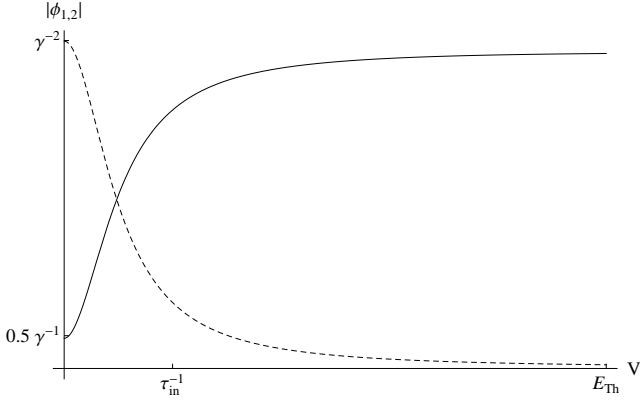


Рис. 6: Неравновесные амплитуды $|\phi_1(V)|$ (сплошная линия) и $|\phi_2(V)|$ (штрихованная линия) вычисленные согласно Ур. (30) для $\gamma = 0.2$ и $V \ll T_{eff}$.

$$x_\epsilon = -\frac{\cot(\kappa_\epsilon/2)}{\kappa_\epsilon}, \quad y_\epsilon = \frac{\tan(\kappa_\epsilon/2)}{\kappa_\epsilon}$$

$$\Gamma_\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2(i\epsilon/E_{Th} - \gamma)} \sin \sqrt{2(i\epsilon/E_{Th} - \gamma)}}$$

В этих формулах $\gamma \ll 1$. В пределе $V \rightarrow 0$, имеем: $|\phi_2| = 2\gamma^{-1}|\phi_1| \gg |\phi_1|$, то есть вторая гармоника в токе доминирует. Для конечных напряжений, малых по сравнению с энергией Таулеса: $V \lesssim E_{Th}$ можно написать асимптотические выражения:

$$\Phi_1 = -\frac{\pi E_{Th} V}{16 R r^3 T} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2}\gamma^{-1} + 4\gamma^{-4}(V/E_{Th})^2, & V \ll \tau_{in}^{-1} \\ -\gamma^{-2}, & \tau_{in}^{-1} \ll V \end{cases} \quad (31)$$

и

$$\Phi_2 = -\frac{\pi E_{Th} V}{16 R r^3 T} \cdot \begin{cases} \gamma^{-2}, & V \ll \tau_{in}^{-1} \\ -\frac{1}{4}(E_{Th}/V)^2, & \tau_{in}^{-1} \ll V \end{cases} \quad (32)$$

Сравнивая неравновесный вклад с равновесным, находим, что неравновесная вторая гармоника преобладает в переменном токе при $\ln^2(\gamma r) \lesssim T/E_{Th}$ и $V \ll \tau_{in}^{-1}$.

Неравновесный переменный ток в нелинейном по напряжению V режиме никогда не вычислялся ранее. Как видно из уравнений (31), (32), при не слишком малых напряжениях неравновесная первая гармоника Φ_1 становится сравнимой с Φ_2 и затем превосходит ее. Амплитуда Φ_1 происходит из

пиков стационарной части неравновесных поправок к функциям распределения $h_{0,3}^{(2)}(\epsilon)$ на энергиях $\epsilon = \pm V/2\text{см}$. Ур. (17). В качестве примера, на Рис. 6 изображены абсолютные значения величин $\phi_{1,2}(V)$ для $\gamma = 0.2$ и низких напряжений $V \leq E_{Th} \ll T_e$.

В **главе 4** обсуждается недавний эксперимент по измерению восприимчивости SNS перехода по отношению к зависящей от времени внешней фазе (индуцированной, например, переменным внешним магнитным потоком в геометрии SQUID). В этом эксперименте удалось измерить тензор восприимчивости тока в такой структуре к внешнему полю, индуцирующему разность фаз

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi \cos(\omega t) \quad (33)$$

в режиме линейного отклика.

Для теоретического описания системы построено разложение уравнений Узаделя (спектральной и кинетической частей) по малому параметру (внешнему возмущению). В этой задаче эффект близости не является слабым, поэтому получающиеся уравнения недоступны для единого аналитического решения во всей области параметров (температуры, частоты и ϕ_0). При малых частотах удается (частично следуя работе Лемпицкого [33]) построить теорию отклика, обеспечивающую удовлетворительное согласие с экспериментом. В этой области ответ для восприимчивости тока в кольце (который оказывается, в основном, бездиссипативным) по отношению к переменной разности сверхпроводящих фаз дается следующей формулой:

$$\chi(\phi_0) = \frac{\partial I_S}{\partial \phi} - \frac{E_{Th}}{T} F(\phi). \quad (34)$$

Эта формула написана в бесстолкновительном пределе, когда частота внешнего поля много больше частоты неупругих столкновений. Функция $I_S(\phi)$ описывает равновесное ток-фазовое соотношение, которое синусоидально при высоких температурах: $I_S = I_c \sin \phi$. Для вычисления функции $F(\phi)$ следует найти спектральный ток $j_S(\epsilon)$ и плотность состояний $\rho(\epsilon)$ из стационарного

уравнение Узаделя, так что

$$F(\phi) = \int \frac{j_S^2(\epsilon)}{\langle \rho(\epsilon) \rangle} \frac{d\epsilon}{E_{Th}} \quad (35)$$

Эта формула была получена уже в [33]. Однако, явный вид кривой $F(\phi)$, отличается от приведенной в этой работе. Возникающие особенности в $\frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi}$ при $\phi = 0, \pi$ хорошо видны на эксперименте.

Для описания результатов эксперимента в большем интервале параметров (с ростом частоты, то есть в режиме $\omega \gg E_{Th}$), следует решить уравнения линейного отклика численно. Подобная попытка была предпринята в недавней работе [34], однако результаты качественно отличаются от результатов эксперимента, поэтому изучение этого вопроса все еще представляет интерес.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Основные результаты

1. Показано, что покрытие малой площади графена сверхпроводящими островками может привести его в сверхпроводящее состояние. Критическая температура наступления глобальной фазовой когерентности может составлять несколько Кельвинов при доступных экспериментально параметрах структуры. При низких температурах и в отсутствие магнитного поля в плотности состояний присутствует щель $E_g \lesssim T_c$, появляющаяся из-за 'коллективного' эффекта близости.

2. Получены общие выражения для эффекта сверхпроводящих флуктуаций на тензор электрической проводимости. Эти результаты справедливы во всей области выше сверхпроводящего перехода и могут быть применены для количественного анализа экспериментальных данных. Численный расчет флуктуационных поправок позволяет выделить на фазовой диаграмме области с различным качественным поведением проводимости как функции магнитного поля и температуры.

3. Развита теория нестационарного когерентного тока в длинной SNS структуре с сильным нормальным рассеянием на контактах. В условиях постоянного напряжения получены аналитические выражения для функций Грина и функций распределения в нормальной области. Показано, что при высоких температурах нестационарный электрический ток доминируется членами старшего порядка по прозрачности r^{-4} (когда 'обычный' вклад r^{-2} оказывается экспоненциально подавлен).

4. Рассмотрена теория линейного отклика SNS структуры на переменную разность фаз. Результаты в адиабатическом пределе удовлетворительно согласуются с данными эксперимента [7].

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. M.V. Feigel'man, M.A. Skvortsov, K.S. Tikhonov, Proximity-induced superconductivity in graphene, *Pis'ma v ZhETF*, vol. 88, iss. 11, pp. 862 - 866 (2008).
2. K.S. Tikhonov, M.V. Feigel'man, AC Josephson effect in the long voltage-biased SINIS junction, *Pis'ma v ZhETF*, vol. 89, iss. 4, pp. 230 – 235 (2009).
3. F. Chiodi, M. Ferrier, K. Tikhonov, P. Virtanen, T.T. Heikkila, M. Feigelman, S. Gue'ron, H. Bouchiat, Probing the dynamics of Andreev states in a coherent Normal/Superconducting ring, *Scientific Reports* 1, Article number: 3 (2011).
4. K.S. Tikhonov, G. Schwiete, A.M. Finkel'stein, Fluctuation conductivity in disordered superconducting films, *Physical Review B* 85, 174527 (2012).

Цитируемая литература:

- [1] *Pannetier B., Courtois H.* Andreev reflection and proximity effect // *Journal of low temperature physics.* — 2000. — Vol. 118, no. 5-6. — Pp. 5–6.
- [2] *Heikkilä T., Särkkä J., Wilhelm F.* Supercurrent-carrying density of states in diffusive mesoscopic josephson weak links // *Physical Review B.* — 2002. — Vol. 66, no. 18. — P. 184513.
- [3] Effect of microwaves on the current-phase relation of superconductor–normal-metal–superconductor josephson junctions / M. Fuechsle, J. Bentner, D. Ryndyk et al. // *Physical review letters.* — 2009. — Vol. 102, no. 12. — P. 127001.
- [4] Microwave-enhanced proximity effect in superconductor-normal-metal-superconductor microjunctions / J. Warlaumont, J. Brown, T. Foxe, R. Buhrman // *Physical Review Letters.* — 1979. — Vol. 43, no. 2. — Pp. 169–172.
- [5] Nonequilibrium ac josephson effect in mesoscopic nb-inas-nb junctions / K. Lehnert, N. Argaman, H. Blank et al. // *Physical review letters.* — 1999. — Vol. 82, no. 6. — Pp. 1265–1268.
- [6] *Chiodi F., Aprili M., Reulet B.* Evidence for two time scales in long sns junctions // *Physical review letters.* — 2009. — Vol. 103, no. 17. — P. 177002.
- [7] Probing the dynamics of andreev states in a coherent normal/superconducting ring / F. Chiodi, M. Ferrier, K. Tikhonov et al. // *Scientific reports.* — 2011. — Vol. 1.
- [8] Electric field effect in atomically thin carbon films / K. Novoselov, A. Geim, S. Morozov et al. // *Science.* — 2004. — Vol. 306, no. 5696. — Pp. 666–669.
- [9] The electronic properties of graphene / A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Jan. — Vol. 81. — Pp. 109–162.

- [10] Bipolar supercurrent in graphene / H. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. Oostinga et al. // *Nature*. — 2007. — Vol. 446, no. 7131. — Pp. 56–59.
- [11] *Allain A., Han Z., Bouchiat V.* Electrical control of the superconducting-to-insulating transition in graphene–metal hybrids // *Nature Materials*. — 2012. — Vol. 11, no. 7. — Pp. 590–594.
- [12] *Aslamazov L. G., Larkin A. I.* Effect of fluctuations on the properties of a superconductor above the critical temperature // *Fiz. Tverd. Tela*. — 1968. — Vol. 10. — P. 1104.
- [13] *Larkin A. I., Varlamov A. A.* Theory of fluctuations in superconductors. — Oxford University Press, USA, 2005. — Vol. 127.
- [14] *Hadacek N., Sanquer M., Villégier J. C.* Double reentrant superconductor-insulator transition in thin tin films // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 69, no. 2. — P. 024505.
- [15] *Steiner M., Kapitulnik A.* Superconductivity in the insulating phase above the field-tuned superconductor-insulator transition in disordered indium oxide films // *Physica C*. — 2005. — Vol. 422, no. 12. — Pp. 16 – 26.
- [16] From quantum corrections to magnetic-field-tuned superconductor-insulator quantum phase transition in tin films / T. I. Baturina, J. Bentner, C. Strunk et al. // *Physica B*. — 2005. — Vol. 359, no. 0. — Pp. 500 – 502.
- [17] Observation of the nernst signal generated by fluctuating cooper pairs / A. Pourret, H. Aubin, J. Lesueur et al. // *Nature Phys.* — 2006. — Vol. 2, no. 10. — Pp. 683–686.
- [18] Fluctuation superconductivity in mesoscopic aluminum rings / N. C. Koshnick, H. Bluhm, M. E. Huber, K. A. Moler // *Science*. — 2007. — Vol. 318, no. 5855. — P. 1440.

- [19] Dynamical study of phase fluctuations and their critical slowing down in amorphous superconducting films / W. Liu, M. Kim, G. Sambandamurthy, N. P. Armitage // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Jul. — Vol. 84. — P. 024511.
- [20] *Larkin A. I., Ovchinnikov Y. N.* Quasiclassical method in the theory of superconductivity // *Sov. Phys. JETP.* — 1969. — Vol. 28, no. 6. — Pp. 1200–1205.
- [21] *Kopnin N. B.* Theory of Nonequilibrium Superconductivity. — New York: Oxford University Press, 2001.
- [22] *Shih W., Stroud D.* Two-dimensional superconducting arrays in a magnetic field: Effects of lattice structures // *Physical Review B.* — 1985. — Vol. 32, no. 1. — P. 158.
- [23] *Levchenko A., Kamenev A.* Keldysh ginzburg-landau action of fluctuating superconductors // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Sep. — Vol. 76, no. 9. — P. 094518.
- [24] *Kamenev A., Levchenko A.* Keldysh technique and non-linear σ -model: basic principles and applications // *Adv. in Phys.* — 2009. — Vol. 58, no. 3. — Pp. 197–319.
- [25] *Larkin A. I., Ovchinnikov Y. N.* Nonlinear fluctuation phenomena in the transport properties of superconductors // *JETP.* — 2001. — Vol. 92, no. 3. — Pp. 519–528.
- [26] *Beloborodov I. S., Efetov K. B., Larkin A. I.* Magnetoresistance of granular superconducting metals in a strong magnetic field // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Apr. — Vol. 61. — Pp. 9145–9161.
- [27] *Glatz A., Varlamov A. A., Vinokur V. M.* Fluctuation spectroscopy of disordered two-dimensional superconductors // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Sep. — Vol. 84. — P. 104510.
- [28] *Galitski V. M., Larkin A. I.* Superconducting fluctuations at low temperature // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 63, no. 17. — P. 174506.

- [29] *Aslamazov L., Larkin A., Ovchinnikov Y.* Josephson effect in superconductors separated by a normal metal // *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 1969. — Vol. 28. — P. 171.
- [30] *Kupriyanov M., Lukichev V.* Influence of boundary transparency on the critical current of dirty sss structures // *Sov. Phys. JETP*. — 1988. — Vol. 67, no. 6. — Pp. 1163–1168.
- [31] *Volkov A., Klapwijk T.* Microscopic theory of superconducting contacts with insulating barriers // *Physics Letters A*. — 1992. — Vol. 168, no. 3. — Pp. 217–224.
- [32] *Argaman N.* Nonequilibrium josephson-like effects in wide mesoscopic sns junctions // *Superlattices and microstructures*. — 1999. — Vol. 25, no. 5. — Pp. 861–875.
- [33] *Lempitskii S. V.* Stimulation of superconductivity by a direct current in a superconductor-normal metal-superconductor junction // *Sov. Phys. JETP*. — 1983. — Vol. 58. — P. 624.
- [34] Theory of microwave-assisted supercurrent in diffusive sns junctions / P. Virtanen, T. Heikkilä, F. Bergeret, J. Cuevas // *Physical Review Letters*. — 2010. — Vol. 104, no. 24. — P. 247003.