

На правах рукописи

Криштоп Татьяна Викторовна

**Влияние электрон-электронного  
взаимодействия  
на транспорт и шум в двумерных  
баллистических микроконтактах**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки  
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова  
Российской академии наук  
(ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
Нагаев Кирилл Эдуардович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук  
Сабλικов Владимир Алексеевич,

доктор физико-математических наук  
Скворцов Михаил Андреевич,

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки  
Институт физики твердого тела  
Российской академии наук

Защита состоится 28 декабря 2012 года, в 11 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.207.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук по адресу: 142432, Московская обл., г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1-А, Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук.

Автореферат разослан                      ноября 2012 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

доктор физико-математических наук

П. Г. Гриневич

## Общая характеристика работы

### **Актуальность работы.**

В диссертации исследуется влияние электрон-электронного взаимодействия на транспорт и шум в двумерных баллистических контактах. Экспериментальная реализация таких контактов на двумерном электронном газе в высокоподвижных гетероструктурах стала возможной в конце прошлого века, и они сразу же привлекли значительное внимание в связи со ступенчатой зависимостью проводимости от ширины контакта.

В настоящее время во множестве работ исследуются эффекты взаимодействия в таких системах: 0.7-аномалия в квантовых контактах и 0.5-аномалия в чистых квантовых проволоках, “нулевые аномалии” – экстремумы в дифференциальной проводимости вблизи нулевого тянущего напряжения при низких температурах, зависимость перечисленных эффектов от температуры и магнитного поля и другие эффекты.

Поэтому актуальность и важность темы представленной диссертации не вызывают сомнений.

**Цель диссертационной работы** состоит в теоретическом исследовании влияния электрон-электронного взаимодействия на транспорт и шум в двумерных баллистических микроконтактах. Для достижения поставленных целей решены следующие задачи:

1) Вычислена проводимость широкого двумерного баллистического контакта с электрон-электронным взаимодействием для произвольного соотношения между поданным на контакт напряжением и температурой в ненулевом магнитном поле.

2) Вычислена спектральная плотность шума в широком двумерном баллистическом контакте с электрон-электронным взаимодействием для произвольного соотношения между поданным на контакт напряжением и темпера-

турой. Также вычислен Фано-фактор.

3) При ненулевой температуре вычислена проводимость точечного двумерного баллистического контакта для произвольного потенциала электрон-электронного взаимодействия.

**Научная новизна и практическая значимость.** Диссертация посвящена исследованию влияния электрон-электронного взаимодействия на проводимость и шум в двумерных баллистических контактах. Используется нестандартная для изучения электрон-электронного взаимодействия модель контакта, позволяющая учесть взаимодействие вне контакта.

Впервые рассмотрен многомодовый баллистический контакт в магнитном поле с учетом электрон-электронного взаимодействия. Установлена зависимость проводимости от температуры, поданного на контакт напряжения и магнитного поля; получены спектральная плотность и Фано-фактор. Предсказаны новые эффекты: положительное магнетосопротивление в слабых магнитных полях, максимум в магнетосопротивлении при четырехконтактной схеме измерений. Полученные эффекты и зависимости подтверждаются экспериментами [1, 2].

Также впервые рассматривается короткий баллистический контакт вблизи отсечки тока. Установлен вид зависимости проводимости от температуры, предсказан новый эффект - изменение знака наклона  $G(T)$  в зависимости от радиуса электрон-электронного взаимодействия. Предложены ориентировочные параметры для экспериментальной проверки теоретических предсказаний.

Предсказанные эффекты и зависимости важны для понимания фундаментальных транспортных свойств имеющих широкое применение в нанoeлектронике двумерных баллистических микроконтактов.

**На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:**

1) Вычислена поправка к проводимости широкого двумерного баллистического контакта, возникающая вследствие электрон-электронного взаимодействия для произвольного соотношения между поданным на контакт напряжением и температурой. Предложено объяснение наблюдавшегося на эксперименте положительного магнетосопротивления в слабых магнитных полях [1, 2]: магнитное поле сильно подавляет положительную поправку к проводимости, разрушая приводящее к поправке “резонансное” рассеяние противоположно летящих электронов.

2) Предсказано возникновение дробового шума вследствие электрон-электронного рассеяния в широких двумерных квантовых контактах. Показано, что спектральная плотность связана с поправкой к току формулой Шоттки.

3) Построена теория рассеяния электронов на фриделевских осцилляциях зарядовой плотности в узком двумерном баллистическом контакте, получена линейная зависимость проводимости от температуры. Знак линейного по температуре слагаемого определяется конкуренцией между прямым и обменным взаимодействием, он положителен для дальнодействующего потенциала электрон-электронного взаимодействия и отрицателен для короткодействующего.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации докладывались на следующих российских и международных конференциях:

1) «IX Российская конференция по физике полупроводников», г. Новосибирск-Томск, 23 сентября - 3 октября 2009 г.

2) «XVIII Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников», г. Екатеринбург, 15 - 20 февраля, 2010 г.;

3) VIII Конференция «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления», г. Троицк, 17 июня 2010 г.;

4) IX Конференция «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления», г. Троицк, 9 июня 2011 г.;

5) 6th International Workshop on Electronic Crystals «ECRYS-2011», Каржез, Франция, 15 - 27 августа 2011 г.;

6) XVI Международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», г. Нижний Новгород, 12 - 16 марта 2012 г.;

7) Advanced research workshop MESO-2012 «Non-equilibrium and coherent phenomena at nanoscale», г. Черноголовка, 17 - 23 июня 2012 г.;

8) 8th Advanced Research Workshop «Fundamentals of electronic nanosystems», г. Санкт-Петербург, 23 - 29 июня 2012 г.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 15 научных статей, из них 7 статей опубликованы в журналах, включенных в Перечень ВАК, в том числе 5 статей в российских [A1, A2, A3, A4, A5] и 2 статьи [A6, A7] в зарубежных журналах, и 8 статей в сборниках трудов российских и зарубежных конференций [A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15].

**Личный вклад автора** заключается в участии в разработке теоретических методов исследования, в проведении теоретических и численных расчетов, в написании научных статей и их подготовке к публикации.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 80 страниц, 17 рисунков и список литературы, включающий 77 источников.

## Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель исследований, аргументирована научная новизна исследований и показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

**В первой главе** рассматривается магнетосопротивление широких двумерных баллистических контактов с учетом электрон-электронного рассея-

ния. Известно, что если приложить перпендикулярное магнитное поле к двумерному контакту, то с ростом поля будет увеличиваться число краевых состояний, которые могут пройти через контакт, что приведет к не зависящему от температуры отрицательному магнетосопротивлению [3]. Но в 2008 году появились эксперименты [1], в которых наблюдалось положительное магнетосопротивление в слабых магнитных полях в широких контактах на гетероструктурах GaAs с высокой подвижностью. В более сильных полях магнетосопротивление становилось отрицательным, так что на кривых  $R(H)$  наблюдался зависящий от температуры максимум. Зависимость от температуры указывала на проявление электрон-электронного взаимодействия, однако конкретный механизм был неясен. Известно, что в силу закона сохранения импульса, электрон-электронное взаимодействие влияет на проводимость образца с параболическим спектром только при нарушении трансляционной инвариантности. Классический способ нарушить инвариантность – примеси, существует несколько работ, которые описывают магнетосопротивление, обусловленное квантовым эффектом интерференции рассеяния на примесях и на фриделевских осцилляциях вокруг примесей [4, 5]. Однако в экспериментах [1] ширина контакта, определяющая сопротивление системы, примерно в 50 раз меньше длины свободного пробега электрона, поэтому причина наблюдавшегося магнетосопротивления не в наличии примесей. В диссертации исследуется нарушение трансляционной инвариантности вследствие геометрической ограниченности системы.

В качестве модели контакта рассматриваются две полуплоскости двумерного электронного газа, разделенные барьером с отверстием шириной  $2a$ . Функция распределения электронов удовлетворяет уравнению Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \left( e\vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H} \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = I_{ee}(\mathbf{p}, \mathbf{r}), \quad (1)$$

где интеграл столкновений

$$I_{ee}(\mathbf{p}) = \alpha_{ee} \nu^{-2} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2p'}{(2\pi)^2} \int d^2k' \delta(\mathbf{p} + \mathbf{k} - \mathbf{p}' - \mathbf{k}') \times \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{k}'}) \left\{ [1 - f(\mathbf{p})] [1 - f(\mathbf{k})] f(\mathbf{p}') f(\mathbf{k}') - f(\mathbf{p}) f(\mathbf{k}) [1 - f(\mathbf{p}')] [1 - f(\mathbf{k}')] \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha_{ee}$  – безразмерный параметр электрон-электронного взаимодействия. Уравнение Больцмана стандартно решается в паре с уравнением Пуассона на электрический потенциал. Условие  $\max(eV, T) \ll E_F$  позволяет этого избежать и получить поправку к функции распределения интегрированием интеграла столкновений по времени движения электрона вдоль классической траектории. Чтобы получить поправку в низшем порядке по взаимодействию, подставим в интеграл столкновений равновесные функции распределения, которые зададим следующим образом для левой и правой полуплоскости соответственно:  $f = f_0(\varepsilon \mp eV/2)$  для электронов, траектория которых не проходит через контакт, и  $f = f_0(\varepsilon \pm eV/2)$  для электронов, траектория которых проходит через контакт. Вычислив поправку к функции распределения, находим поправку к току, которая после описанных в работе преобразований выглядит следующим образом

$$\delta I = 4ea \alpha_{ee} \nu^{-2} \int d\varepsilon \int d\varepsilon' \int d\varepsilon_1 \int d\varepsilon_2 \delta(\varepsilon + \varepsilon' - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) F_L(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon_1, \varepsilon_2) \times \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon) \Theta(v_{\perp}) v_{\perp} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon') A(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \mathbf{p} + \mathbf{k}) \bar{\tau}_m(\mathbf{p}, \mathbf{k}). \quad (3)$$

Здесь  $A(\mathbf{p} + \mathbf{k})$  – объем фазового пространства, доступный для рассеяния электронам с заданной суммой импульсов,  $\bar{\tau}_m(\mathbf{p}, \mathbf{k})$  – время взаимодействия налетающего на контакт электрона  $\mathbf{p}$  с пучком вылетевших ему навстречу инжектированных с импульсом  $\mathbf{k}$ . Полученная положительная поправка является следствием рассеяния налетающих на контакт равновесных электронов пролетевшими через него неравновесными инжектированными электронами.



В работе [6] показывается, что в нулевом магнитном поле  $A(\mathbf{p} + \mathbf{k})$  и  $\bar{\tau}_m(\mathbf{p}, \mathbf{k})$  имеют сингулярность при  $\varphi = 0$  (что соответствует случаю противоположно летящих налетающего и инжектированного электронов). Это естественно, потому что противоположно летящие электроны имеют бесконечное число вариантов рассеяния в фазовом пространстве и бесконечное время эффективного взаимодействия. В работе [6] был рассмотрен случай слабых напряжений  $eV \ll T$  и получена поправка к проводимости (здесь уточнен численный коэффициент)

$$\frac{\delta G}{G_0} = \frac{C_{10} \alpha_{ee} p_{Fa}}{2} \frac{T}{16\pi E_F} \ln \frac{l_c}{a}. \quad (4)$$

Здесь  $G_0 = e^2 p_{Fa} / \pi^2$  – шарвиновская проводимость,  $C_{10} = 3.742$ ,  $l_c \gg a$  – большая длина обрезания, связанная с конечными размерами образца или слабым рассеянием на примесях. В диссертации (3) вычисляется для произвольного соотношения между поданным на контакт напряжением и температурой. В пределе больших напряжений  $eV \gg T$  роль эффективной температуры играет напряжение, что приводит к поправке

$$\frac{\delta I}{I_0} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{\alpha_{ee} p_{Fa}}{16\pi} \frac{eV}{E_F} \text{sign}(V) \ln \frac{l_c}{a}. \quad (5)$$

Т.е. при малых температурах полученная в работе [6] линейная зависимость от температуры плавно переходит в не зависящую от температуры константу. Похожее поведение демонстрирует экспериментальная зависимость из [1] (см. рис. 1b, вставка), а также зависимость  $\delta R(T)/R_0$  из экспериментальной работы [2] (см. рис. 2b).

Как было показано выше, в нулевом поле электрон-электронное взаимодействие приводит к положительной поправке к проводимости, основной вклад в которую дают столкновения противоположно направленных электронов. Магнитное поле искривляет траектории таких электронов в противоположных направлениях, что должно приводить к подавлению поправки

и положительному магнетосопротивлению в слабых магнитных полях. Так и происходит – в диссертации показано, что ненулевое магнитное поле сглаживает сингулярность при  $\varphi = 0$  и сдвигает из нуля максимум зависимости в эффективном времени взаимодействия  $\bar{\tau}_m(\varphi)$ . При этом сингулярность в доступном для рассеяния фазовом пространстве  $A(\mathbf{p} + \mathbf{k})$  сохраняется, но сглаживается при ненулевой температуре  $A(\mathbf{p} + \mathbf{k}) \propto E_F/T$ . Таким образом, интегрирование (3) дает не зависящую от длин обрезания поправку к току и проводимости. В случае слабых напряжений  $eV \ll T$  и слабых магнитных полей  $\beta \ll T^2/E_F^2$  ( $\beta = \omega_H a/v_F$  – безразмерное магнитное поле)

$$\frac{\delta G}{G_0} = \frac{C_{10} \alpha_{ee} p_{Fa}}{2} \frac{T}{16\pi E_F} \ln\left(\frac{T^2}{\beta E_F^2}\right), \quad (6)$$

слабых напряжений  $eV \ll T$  и сильных магнитных полей  $1 \gg \beta \gg T^2/E_F^2$

$$\frac{\delta G}{G_0} = \frac{2\alpha_{ee} p_{Fa}}{9} \frac{T^2}{E_F^2 \sqrt{\beta}} \ln\left(\frac{\beta E_F^2}{T^2}\right), \quad (7)$$

сильных напряжений  $eV \gg T$  и слабых магнитных полей  $\beta \ll (eV)^2/E_F^2$

$$\frac{\delta I}{I_0} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{\alpha_{ee} p_{Fa}}{16\pi} \frac{eV}{E_F} \text{sign}(V) \ln\left(\frac{(eV)^2}{\beta E_F^2}\right), \quad (8)$$

сильных напряжений  $eV \gg T$  и сильных магнитных полей  $1 \gg \beta \gg (eV)^2/E_F^2$

$$\frac{\delta I}{I_0} = \frac{\alpha_{ee} p_{Fa}}{9\pi^2} \frac{(eV)^2}{E_F^2 \sqrt{\beta}} \ln\left(\frac{\beta E_F^2}{(eV)^2}\right). \quad (9)$$

(6) переходит в (4) при  $l_c = (T/E_F)^2 l_H$ , а (8) в (5) при  $l_c = (eV/E_F)^2 l_H$ . Это значение магнитного поля, выраженное через эффективную энергию электронов в системе, при котором влияние очень слабого рассеяния на примесях или конечности размеров образца становится более важным. Предельный переход при  $\beta = 0$  не происходит потому, что при вычислениях предполагается, что магнитное поле достаточно сильно, чтобы искривить траекторию электрона между редким рассеянием на примесях.

Вычислим магнетосопротивление для четырехконтактной схемы измерений. В отсутствие взаимодействия оно дается формулой [3]

$$R_4(H) = R_2 - \frac{2\pi}{e^2} \frac{1}{p_F l_H}, \quad (10)$$

где  $R_2 = G_0^{-1}$  при  $l_H \gg a$ , что приводит к линейному уменьшению магнетосопротивления с ростом поля. Чтобы учесть взаимодействие, вычтем из сопротивления отрицательную поправку из-за электрон-электронного взаимодействия  $R_2 = G_0^{-1} - \delta G/G_0^2$ . Получим положительное магнетосопротивление в слабых магнитных полях, обусловленное электрон-электронным взаимодействием, затем максимум, а затем отрицательное магнетосопротивление, обусловленное увеличением числа краевых состояний, которые могут пройти через контакт с ростом поля. Качественно картина совпадает с экспериментами [1, 2], кроме того, теория хорошо предсказывает положение максимумов по магнитному полю.

**Во второй главе** вычисляется неравновесный шум в широких двумерных контактах. В мезоскопических системах шум более чувствителен к эффектам взаимодействия, чем средняя проводимость. Измерив Фано-фактор, можно судить о механизме проводимости. Известно, что в отсутствие взаимодействия шум удовлетворяет соотношению Найквиста, в котором в качестве проводимости взята шарвиновская проводимость, а Фано-фактор для чисто баллистического контакта равен 0. Наличие примесей в контакте приводит к отрицательной поправке к проводимости и дробовому шуму с Фано-фактором  $1/3$  [7]. В главе 1 было показано, что электрон-электронное взаимодействие в двумерных баллистических контактах также может влиять на проводимость в силу нарушения трансляционной инвариантности, а, следовательно, может влиять и на шум.

Спектральная плотность выражается через Фурье-образ коррелятора флук-

туаций токов

$$S = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle \delta I(t) \delta I(0) \rangle. \quad (11)$$

Здесь рассматривается случай  $\omega = 0$ . Используется модель контакта, описанная в главе 1. Ранее было показано, как получить ток через функции распределения, аналогично выражаем коррелятор флуктуаций токов через коррелятор флуктуаций функций распределения

$$\begin{aligned} \langle \delta I(t) \delta I(0) \rangle = e^2 \int_{-a}^a d\rho_1 \int_{-a}^a d\rho_2 \int \frac{d^2 p_1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 p_2}{(2\pi)^2} v_{1\perp} v_{2\perp} \\ \times \langle \delta f(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1, t) \delta f(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2, 0) \rangle. \quad (12) \end{aligned}$$

Флуктуации функций распределения  $\delta f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  удовлетворяют уравнению Больцмана-Ланжевена

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) \delta f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} e\delta \mathbf{E} = \delta I_{ee}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \delta J^{ext}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t), \quad (13)$$

где  $\delta J^{ext}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  – ланжевенский источник. Коррелятор ланжевенских источников вычислен в работе [8] в предположении, что каждое столкновение коррелировано только само с собой

$$\begin{aligned} \langle \delta J^{ext}(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{p}_1) \delta J^{ext}(\mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{p}_2) \rangle = \frac{1}{2} V_{vol} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) \\ \times \left[ \delta_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} \sum_{\mathbf{p}' \mathbf{k} \mathbf{k}'} (J_{\mathbf{p}' \mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{p}_1 \mathbf{k}} + J_{\mathbf{p}_1 \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}' \mathbf{k}'}) + \sum_{\mathbf{p}' \mathbf{k}'} (J_{\mathbf{p}' \mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2} + J_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rightarrow \mathbf{p}' \mathbf{k}'}) \right. \\ \left. - 2 \sum_{\mathbf{k} \mathbf{k}'} (J_{\mathbf{p}_1 \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}' \mathbf{p}_2} + J_{\mathbf{k}' \mathbf{p}_2 \rightarrow \mathbf{p}_1 \mathbf{k}}) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

Здесь  $J_{\mathbf{p}' \mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2}$  – поток частиц из состояния  $(\mathbf{p}', \mathbf{k}')$  в состояние  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ . В главе 1 было описано, как условие  $\max(eV, T) \ll E_F$  позволяет вычислить функции распределения из уравнения Больцмана (1) и заданных граничных

условий на функции распределения. Аналогично получаем флуктуации функции распределения из уравнения Больцмана-Ланжевена (13)

$$\delta f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \delta f_0(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \int_0^\infty d\tau [\delta I_{ee}(\mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{v}\tau, t - \tau) + \delta J^{ext}(\mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{v}\tau, t - \tau)]. \quad (15)$$

Тогда коррелятор функций распределения из (12) выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \langle \delta f(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1, t) \delta f(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2, 0) \rangle &= \langle \delta f_0(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1, t) \delta f_0(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2, 0) \rangle + \\ &\int_0^\infty d\tau \left[ \langle \delta f_0(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1, t) \delta I_{ee}(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{v}_2\tau, -\tau) \rangle + \langle \delta f_0(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2, 0) \delta I_{ee}(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{v}_1\tau, t - \tau) \rangle \right] \\ &+ \int_0^\infty d\tau_1 \int_0^\infty d\tau_2 \langle \delta J^{ext}(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{v}_1\tau_1, t - \tau_1) \delta J^{ext}(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{v}_2\tau_2, -\tau_2) \rangle. \quad (16) \end{aligned}$$

Заметим, что  $\delta f_0$  и  $\delta J^{ext}$  некоррелированы вследствие принципа причинности. Первое слагаемое в (16) – это двухвременная корреляционная функция флуктуаций, возникающих в электродах и не связанных с рассеянием. Она хорошо известна [9]

$$\langle \delta f_0(\mathbf{p}_1, \boldsymbol{\rho}_1, t) \delta f_0(\mathbf{p}_2, \boldsymbol{\rho}_2, 0) \rangle = (2\pi)^2 \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \delta(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{v}_1 t) f(\mathbf{p}_1) [1 - f(\mathbf{p}_1)]. \quad (17)$$

Подстановка этого коррелятора в (12) и (11) дает уравнение Найквиста  $S_0 = 4TG_0$ , где  $G_0$  – шарвиновская проводимость.

В первом порядке по взаимодействию поправка к спектральной плотности  $\delta S = S - S_0$  определяется последними тремя слагаемыми в (16). Входящий во второе и третье слагаемое  $\delta I_{ee}$  находится варьированием интеграла столкновений  $I_{ee}$  (2) по  $\delta f$ . Чтобы найти поправку в первом порядке по взаимодействию, подставим функции распределения в нулевом порядке по взаимодействию в  $\delta I_{ee}$  и вычислим корреляторы  $\langle \delta f_0 \delta I_{ee} \{ \delta f \} \rangle$  и  $\langle \delta I_{ee} \{ \delta f \} \delta f_0 \rangle$ ,

используя коррелятор тепловых флуктуаций (17). Четвертое слагаемое в (16) уже известно (14). Затем подставляем полученные выражения в коррелятор токов (12) и находим спектральную плотность (11). Все эти вычисления подробно описаны в диссертации, обсуждается физический смысл каждого слагаемого. Полученная в результате спектральная плотность в случае слабых напряжений  $eV \ll T$  выглядит следующим образом

$$\delta S = \frac{e^2 a^2 \alpha_{ee} m}{(2\pi)^3} \ln \frac{l_c}{a} \times [2C_{10} T^2 + C_2 (eV)^2], \quad (18)$$

где  $C_{10} = 3.72$  и  $C_2 = 0.22$  вычислены численно. Сравнивая с полученной в главе 1 поправкой к проводимости из-за электрон-электронного взаимодействия (4), получаем полное согласие с соотношением Найквиста. В случае сильных напряжений  $eV \gg T$  спектральная плотность имеет вид

$$\delta S = \frac{e^2 a^2 \alpha_{ee} m}{(2\pi)^3} \ln \frac{l_c}{a} \times 2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) (eV)^2, \quad (19)$$

она связана с полученной в главе 1 поправкой к току (5) формулой Шоттки  $\delta S = 2e\delta I$ . Такое соотношение является следствием рассмотрения взаимодействия в низшем приближении и того, что поправка определяется столкновениями электронов вдали от контакта. Слабость взаимодействия позволяет рассматривать различные столкновения независимо, суммируя их общий вклад. Любое столкновение изменяет число электронов, прошедших через контакт, на единицу, что приводит к классическому дробовому шуму.

Фано-фактор  $F$  можно вычислить, пользуясь стандартным определением  $S_0 + \delta S = 2eF(I_0 + \delta I)$ . Зная относительную поправку к проводимости (5), находим

$$F = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{\alpha_{ee} p_F a}{16\pi} \frac{eV}{E_F} \text{sign}(V) \ln \frac{l_c}{a} \quad (20)$$

В диссертации приведен график зависимости  $\delta S(eV/T)$  для произвольного соотношения между напряжением и температурой. Это монотонная возрастающая гладкая кривая без особенностей.

Экспериментальная проверка соотношения Шоттки для широких баллистических контактов и измерение Фано-фактора в высокоподвижных образцах может дополнительно подтвердить, что положительное магнетосопротивление и линейно зависящая от температуры поправка, наблюдавшиеся в экспериментах [1, 2] действительно связаны с электрон-электронным рассеянием на больших расстояниях от контакта.

**В третьей главе** рассматривается проводимость узкого двумерного баллистического контакта с учетом электрон-электронного взаимодействия. Это интересно потому, что в экспериментах для широкого контакта линейный по температуре вклад в проводимость сохраняется даже когда ширина контакта становится порядка фермиевской длины волны [2], и квантовые эффекты должны давать большой вклад по сравнению с квазиклассическим.

Как правило, электрон-электронное взаимодействие в узких контактах рассматривается в связи с 0.7-аномалией, которую обычно объясняют существованием локализованного состояния в контакте. Один из механизмов формирования такого состояния – это усиление рассеяния электронов назад как следствие флуктуаций электронной плотности в квантовом контакте [10]. Этот механизм не зависит от вида сужения, а осцилляции электронной плотности действительно наблюдались на эксперименте [11].

Помимо формирования плато проводимости, известно еще несколько эффектов, к которым приводят осцилляции электронной плотности в двумерных системах. Недавно было показано, что рассеяние на Фриделевских осцилляциях в двумерных проводниках с примесями приводит к сильной зависимости проводимости от температуры [12, 13]. Кроме того, при туннелировании через границу двумерного газа такое рассеяние может приводить к пику в дифференциальной проводимости при нулевом напряжении [14].

В большинстве теоретических работ рассматриваются эффекты взаимодействия в самой узкой части контакта, как правило, контакт длинный и в

нем всего один или несколько каналов проводимости. При этом игнорируются эффекты взаимодействия вне сужения. В то же время хорошо известно, что в двумерии фриделевские осцилляции от барьера затухают по закону  $x^{-3/2}$ , т.е. глубоко проникают в электроды, и их вклад в проводимость может быть довольно существенным.

В главе 3 вычисляется зависящая от температуры проводимость для узкого контакта  $a \ll \lambda_F$  и обсуждается интерференция дифракции на отверстии и электрон-электронного взаимодействия. Физические эффекты, связанные с 0.7-аномалией, не рассматриваются, основное внимание уделяется проводимости вблизи отсечки по току.

Так как фриделевские осцилляции затухают на расстоянии  $v_F/T$  от контакта, то в основном интересны процессы рассеяния вне области сужения, а не точная динамика электронов в самой узкой части контакта. Удобно воспользоваться стандартной моделью для задачи дифракции на отверстии - отверстие шириной  $2a \ll \lambda_F$  в непрозрачном одномерном барьере, разделяющем две полуплоскости двумерного электронного газа.

Согласно подходу Ландауэра, проводимость равна сумме коэффициентов прохождения через контакт

$$G = g_s \frac{e^2}{\hbar} \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \left( -\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} |t(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2. \quad (21)$$

Здесь  $g_s$  – спиновое вырождение и  $t(\mathbf{k}, \mathbf{q})$  – коэффициент прохождения из моды с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в левой полуплоскости в моду с волновым вектором  $\mathbf{q}$  в правой полуплоскости.

Сначала вычисляется  $t = t_0$  и  $G = G_0$  для невзаимодействующих электронов. В диссертации показано, что  $G_0 \propto (k_F a)^4$ , что является аналогом релеевского рассеяния света на частицах с размерами много меньше длины волны. Интенсивность рассеянного света пропорциональна квадрату объема частицы, а проводимость пропорциональна четвертой степени размера отвер-



ствия.

Слабое электрон-электронное взаимодействие приводит к рассеянию электронов на Фриделевских осцилляциях от границ контакта. Электроны рассеиваются на Фриделевских осцилляциях до и после контакта, что приводит к поправке к коэффициенту прохождения  $t(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = t_0(\mathbf{k}, \mathbf{q}) + \delta t(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ . Его можно вычислить, разложив возмущение волновой функции из-за взаимодействия  $\delta\psi$  на плоские волны. Чтобы вычислить  $\delta\psi$ , методом итераций решаем уравнение типа Шредингера

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{eff}(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi(\mathbf{r}) \quad (22)$$

и находим  $\delta\psi(\mathbf{r})$  в низшем порядке по взаимодействию.

Рассмотрим эффективный потенциал взаимодействия, созданный Фриделевскими осцилляциями. Он представляет собой сумму прямого и обменного слагаемого [15]  $V_{eff}(\mathbf{r}) = V_H(\mathbf{r}) - V_F(\mathbf{r})$ , где

$$V_H(\mathbf{r}) = g_s \int d\mathbf{r}_1 U_{ee}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1), \quad (23)$$

$$V_F(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}_1 U_{ee}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}_1), \quad (24)$$

где  $n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = \langle \hat{\psi}^+(\mathbf{r}_1) \hat{\psi}(\mathbf{r}) \rangle$ ,  $\hat{\psi}^+$  и  $\hat{\psi}$  – электронные операторы рождения и уничтожения и  $U_{ee}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$  – потенциал электрон-электронного взаимодействия. Как правило, это кулоновское взаимодействие, экранированное двумерными электронами и затвором. Выражения (23) и (24) дают поправку к волновой функции в виде  $\delta\psi = \delta\psi_H - \delta\psi_F$  и, следовательно, поправка к проводимости выглядит следующим образом

$$\delta G = \delta G_H - \delta G_F. \quad (25)$$

Сначала рассмотрим случай точечного потенциала взаимодействия  $U_{ee}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) = U_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$ . Можно показать, что основной вклад вносит рассеяние на

расстояниях  $v_F/T$  от барьера, т.е. “на хвосте” фриделевских осцилляций вдали от барьера. Суммарный коэффициент прохождения  $\delta T(\varepsilon)$  представляет собой сумму двух слагаемых  $\delta T_{const}(\varepsilon) + \delta T_{osc}(\varepsilon)$ , где  $\delta T_{const}(\varepsilon)$  – непрерывная функция без особенностей, а  $\delta T_{osc}(\varepsilon)$  при  $T/E_F \ll 1$  имеет излом на поверхности Ферми

$$\delta T_{osc}(\varepsilon) \propto \frac{\varepsilon}{E_F} \left[ \frac{\varepsilon}{E_F} - \frac{T}{E_F} \ln \left( 1 + e^{\frac{\varepsilon - E_F}{T}} \right) \right]. \quad (26)$$

Этот излом приводит к линейной зависимости проводимости от температуры

$$\delta G = \frac{[1 - g_s] g_s}{128} \frac{e^2}{\hbar} \frac{m}{\hbar^2} k_F^4 a^4 U_p \frac{T}{E_F}. \quad (27)$$

Такая температурная зависимость – это следствие того, что длина, на которой затухают фриделевские осцилляции, зависит от температуры.

Далее рассмотрим изотропный несингулярный потенциал взаимодействия, который описывается Фурье-компонентами  $U_p(p)$ , зависящими только от  $|\mathbf{p}|$ . Полная проводимость  $G = G_0 + \delta G_H - \delta G_F$  выглядит следующим образом

$$G = g_s \frac{e^2}{\hbar} \frac{\pi}{128} k_F^4 a^4 + \delta G_{T=0} + g_s \frac{e^2}{\hbar} \frac{m}{\hbar^2} \frac{1}{128} k_F^4 a^4 [U_p(0) - g_s U_p(2k_F)] \frac{T}{E_F}. \quad (28)$$

Здесь  $\delta G_{T=0}$  – не зависящее от температуры слагаемое. Чтобы вычислить относительную поправку из-за взаимодействия, разделим  $\delta G_H - \delta G_F$  на  $G_0$  (рассматриваем только зависящее от температуры слагаемое при  $g_s = 2$ ) и получим

$$\frac{\delta G_T}{G_0} = \nu_2 [U_p(0) - 2U_p(2k_F)] \frac{T}{E_F}, \quad (29)$$

где  $\nu_2 = m/(\pi \hbar^2)$  – двумерная плотность состояний с учетом спина. Относительная поправка линейно зависит от температуры, это следствие излома в коэффициенте прохождения на поверхности Ферми. Отметим, что квазиклассическая поправка из-за электрон-электронного взаимодействия также линейна по температуре при слабых напряжениях [6].

Абсолютная поправка пропорциональна четвертой степени размера отверстия  $\delta G \propto (k_F a)^4$ , а относительная  $\delta G/G_0$  не зависит от  $a$ . Эта ситуация сильно отличается от случая квазиклассической проводимости широкого контакта (см. [6] и главу 1), когда  $\delta G_{semi} \propto (k_F a)^2 \ln(l_c/a)$  (4, 5), т.е. грубо говоря,  $\delta G/G_0|_{semi} \propto G_0$ . Экстраполяция этой зависимости на случай узких контактов приводит к тому, что квазиклассическая поправка пропорциональна  $G_0^2$ , так как и число налетающих, и число инжектированных электронов пропорционально  $G_0$ . Поэтому в случае узких контактов квантовая поправка, обусловленная фриделевскими осцилляциями, должна играть основную роль.

Квантовая поправка более чувствительна к форме потенциала взаимодействия, нежели квазиклассическая. Знак квантовой поправки определяется множителем  $[U_p(0) - 2U_p(2k_F)]$ , который представляет собой конкуренцию между положительным вкладом от обменного взаимодействия и отрицательным вкладом от прямого. Этот множитель возникает в теориях рассеяния на фриделевских осцилляциях [10, 12, 13], он положителен для дальнедействующего взаимодействия и отрицателен для короткодействующего.

Рассмотрим типичный случай кулоновского потенциала, статически экранированного металлическим затвором, параллельным плоскости двумерного газа и двумерными электронами. Если расстояние до затвора  $d$ , а обратная длина экранирования  $\kappa_2$ , то такой потенциал дает поправку в виде

$$\frac{\delta G_T}{G_0} = \frac{T}{E_F} \left[ \frac{2\kappa_2 d}{1 + 2\kappa_2 d} - \frac{2\kappa_2}{k_F [\coth(2k_F d) + 1] + \kappa_2} \right], \quad (30)$$

Диаграмма на Рис. 1 показывает области в координатах  $(k_F d, \kappa_2 d)$ , в которых поправка положительна и отрицательна.

Подстановка в (30) параметров экспериментов [16] на двумерном газе в высокоподвижных гетероструктурах GaAs/AlGaAs дает отрицательную поправку к проводимости  $\delta G_T/G_0 \approx -0.003$  при  $T = 1K$ . Наблюдавшаяся на

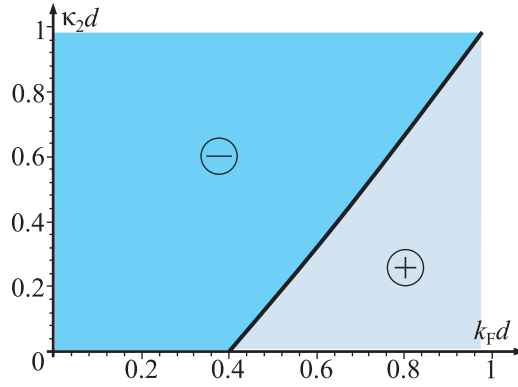


Рис. 1. Знак поправки из-за рассеяния на фриделевских осцилляциях в координатах  $k_F d$  и  $\kappa_2 d$ .

эксперименте зависимость  $G(T)$  действительно имеет отрицательный наклон ([16], Рис. 2b, вставка). Количественное сравнение невозможно из-за логарифмической температурной шкалы в работе [16]. Конечно, параметры [16] являются далеко не самыми удачными для наблюдения предсказанного эффекта, поскольку были оптимизированы для наблюдения состояний типа Кондо в области 0.7-аномалии. Увеличив температуру, немного изменив электронную плотность и/или уменьшив расстояние до затвора, можно увеличить относительную поправку к проводимости до 15%.

В многоканальном режиме эта отрицательная поправка должна подавляться положительной квазиклассической (см. [6] и главу 1), в связи с чем должна наблюдаться смена знака температурной зависимости. Если же  $\kappa_2$  меньше среднеполевого значения из-за недостаточно высокой электронной концентрации, то знак поправки может оставаться положительным при всех размерах контакта. Следовательно, измерив знак и величину наклона температурной зависимости проводимости для узкого контакта, можно оценить длину экранирования в системе.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы.

## Список публикаций

- A1. Т. В. Костюченко (Криштоп), К. Э. Нагаев // Радиотехника и Электроника. 2010. Т. 55, № 10. С. 1223–1231.
- A2. К. Э. Нагаев, Т. В. Костюченко (Криштоп) // Нелинейный мир. 2010. Т. 8, № 2. С. 123–125.
- A3. Т. В. Криштоп, К. Э. Нагаев // Труды МФТИ. 2011. Т. 3, № 2. С. 25–28.
- A4. К. Е. Nagaev, T. V. Krishtop, N. Yu. Sergeeva // JETP Lett. 2011. Vol. 94, no. 1. Pp. 53–57.
- A5. К. Э. Нагаев, Т. В. Криштоп, Н. Ю. Сергеева // Нелинейный Мир. 2012. Т. 10, № 2. С. 84–85.
- A6. К. Е. Nagaev, T. V. Kostyuchenko (Krishtop) // Phys. Rev. B. 2010. Vol. 81. P. 125316.
- A7. К. Е. Nagaev, T. V. Krishtop // Physica B. 2012. Vol. 407, no. 11. Pp. 1905–1908.
- A8. К. Э. Нагаев, О. С. Айвазян, Т. В. Костюченко (Криштоп) // IX Российская конференция по физике полупроводников. Тезисы докладов. Новосибирск-Томск: 2009. С. 339.
- A9. К. Э. Нагаев, Т. В. Костюченко (Криштоп) // XVIII Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников: Программа и тезисы докладов. Екатеринбург: 2010. С. 47.
- A10. К. Э. Нагаев, Т. В. Костюченко (Криштоп), О. С. Айвазян // Труды VIII конференции “Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления”. Троицк: 2010. С. 19.

- A11. К. Э. Нагаев, Т. В. Криштоп, Н. Ю. Сергеева // Труды IX конференции “Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления”. Троицк: 2011. С. 17.
- A12. К. Е. Nagaev, Т. V. Krishtop, N. Yu. Sergeeva // Abstract book of ECRYS 2011. Cargese, France: 2011. P. 137.
- A13. Т. В. Криштоп, К. Э. Нагаев // Труды XVI Международного симпозиума “Нанофизика и наноэлектроника”, том 1. Нижний Новгород: 2012. С. 285.
- A14. Т. V. Krishtop, К. Е. Nagaev // Abstracts of Advanced research workshop “Non-equilibrium and coherent phenomena at nanoscale”. Chernogolovka: 2012. P. 46.
- A15. Т. V. Krishtop, К. Е. Nagaev // Abstract book of 8th Advanced research workshop NanoPeter 2012 “Fundamentals of Electronic Nanosystem”. St. Peterburg: 2012. P. 45.

## Цитированная литература

1. V. T. Renard et al. // PRL. 2008. Vol. 100. P. 186801.
2. M. Yu. Melnikov, J. P. Kotthaus, et al. // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 86. P. 075425.
3. H. van Houten, et al. // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 37, no. 14. P. 8534.
4. I. V. Gornyi, A. D. Mirlin // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 69, no. 4. P. 045313.
5. T. A. Sedrakyan, et al. // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 100, no. 10. P. 106806.

6. K. E. Nagaev, O. S. Ayvazyan // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101, no. 21. P. 216807.
7. K. E. Nagaev // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 52. P. 4740.
8. Ш. М. Коган, А. Я. Шульман // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. С. 862.
9. M. J. M. de Jong, C. W. J. Beenakker // Physica A. 1996. Vol. 230. P. 219.
10. B. S. Shchamkhalova, V. A. Sablikov // Journal of Physics-Condensed Matter. 2007. Vol. 19, no. 15. P. 156221.
11. M. A. Topinka, B. J. LeRoy, et al. // Nature. 2001. Vol. 410. P. 183.
12. G. Zala, B. N. Narozhny, et al. // Phys. Rev. B. 2001. Vol. 64. P. 214204.
13. A. M. Rudin, I. L. Aleiner, L. I. Glazman // Phys. Rev. B. 1997. Vol. 55. P. 9322.
14. L. Shekhtman, L. I. Glazman // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 52. P. 2297.
15. C. Kittel. Quantum Theory of Solids. New York: Wiley, 1963.
16. S. M. Cronenwett, et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 226805.