

Учреждение Российской академии наук
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН

На правах рукописи

САДОВСКИЙ Иван Александрович

**Зарядовые состояния в андреевской
квантовой точке**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2010

Работа выполнена в *Учреждении Российской академии наук Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка.*

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук
Лесовик Г.Б.*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук
Рязанов В.В.*

*доктор физико-математических наук
Копнин Н.Б.*

Ведущая организация: *Учреждение Российской академии наук
Институт радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН, г. Москва.*

Защита состоится 24 июня 2010 г. в 11 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 002.207.01 при *Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН*, расположенном по адресу: 142432, *Московская обл., г. Черноголовка, ул. Институтская, д. 2, Институт физики твердого тела РАН.*

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке *Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.*

Автореферат разослан 21 мая 2010 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

доктор физико-математических наук

Гриневич П.Г.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Около пятидесяти лет назад было установлено, что сверхпроводящая фаза φ связана с бездиссипативным током, а разность фаз φ на контакте приводит к возникновению джозефсоновского тока [1]. За пять лет до этого было обнаружено, что в массивном сверхпроводнике изменение фазы на 2π порождает магнитный вихрь [2]. Намного позже было показано, что в сверхпроводящих вихрях содержится заряд, много меньший заряда электрона [3, 4], что является следствием нарушения электронно-дырочной симметрии. В данной работе показано, что нарушение электронно-дырочной симметрии порождает заряд, локализованный в металлической квантовой точке, присоединенной к сверхпроводящему кольцу (так называемая андреевская квантовая точка). Этот заряд изменяется непрерывным образом при изменении потенциала затвора V_g и разницы фаз между сверхпроводящими берегами φ , поэтому в общем случае он оказывается нецелым. Это проявляется для основного и дважды возбужденного (с четным количеством боголюбовских квазичастиц) состояний, в то время как единожды возбужденное (с нечетным количеством квазичастиц) состояние несет целый заряд. Отсюда, в частности, следует, что заряд возбуждения является нецелым.

Как известно, физика конденсированного состояния преимущественно имеет дело с целыми зарядами, даваемыми зарядом электрона e , однако в многочастичных задачах могут возникать дробные заряды, например в дробном квантовом эффекте Холла [5–7] или в Латтинжеровской жидкости [8–10], где они возникают из-за усреднения по времени. Заряд, описываемый в данной работе, также возникает из-за усреднения по времени, однако не имеет фиксированного дробного значения и изменяется непрерывным образом под воздействием внешнего параметра — разницы

сверхпроводящих фаз φ . Появление дробного заряда не связано с тем, что мы рассматриваем пространственную область, в которой находится только часть волновой функции, в действительности заряд полностью локализован в области квантовой точки.

Дробный заряд можно наблюдать, следя за соответствующим телеграфным сигналом, который возникает вследствие стохастического заселения андреевских уровней, или наблюдая зависимость заряда от магнитного потока, проникающего в сверхпроводящее кольцо. Последний факт позволяет думать о возможности создания прибора для измерения слабых магнитных полей на основе андреевской квантовой точки.

Первые джозефсоновские контакты изготавливались с использованием окиси или нормального металла, помещенного между двумя сверхпроводниками [11]. Прогресс в области нанотехнологий позволил изготавливать джозефсоновские контакты на основе мезо- и наноструктур [12–16]. Среди них одной из самых популярных структур является квантовая точка. В то же время, в современных экспериментальных работах появилась возможность включать наномеханические элементы в электрические цепи. В частности, такими элементами могут служить углеродные нанотрубки [15, 16], а также единичные [12, 13] или двойные [17, 18] молекулы. В данной работе изучается влияние наномеханических эффектов на заряд квантовой точки, присоединенной к сверхпроводящим берегам через туннельные барьеры.

Цель работы состоит в изучении заряда андреевской квантовой точки с фундаментальной и прикладной точек зрения. В данной диссертационной работе рассматриваются кулоновское взаимодействие и наномеханические эффекты. Обсуждается возможность создания прибора для измерения слабых магнитных полей на основе андреевской квантовой

точки.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. Показано, что квантовая точка, присоединенная через туннельные барьеры к сверхпроводникам, несет в себе непрерывно настраиваемый, а поэтому нецелый, заряд. Этот заряд возникает из-за электронно-дырочной асимметрии и зависит от разницы сверхпроводящих фаз между сверхпроводниками и потенциала затвора. Вычислен заряд основного состояния и заряд возбуждения. Обсуждаются квантовые флуктуации зарядов, а также флуктуации, возникающие из-за электрон-фононного взаимодействия и флуктуаций потенциала затвора. Кулоновское взаимодействие учтено в пределе бесконечной сверхпроводящей щели. При некоторых значениях фазы и напряжения затвора оно приводит к качественному изменению основного состояния с обычного синглетного на дублетное. Исследовано масштабирование эффекта для нескольких каналов (точно) и большого числа каналов (в приближении среднего поля).
2. Обсуждается новый тип приборов для измерения слабых магнитных полей, основанных на зависимости заряда андреевской квантовой точки от разницы сверхпроводящих фаз, а значит, и от магнитного потока, пропущенного сквозь сверхпроводящее кольцо. Изучена дифференциальная чувствительность заряда к потоку в зависимости от сверхпроводящей фазы, положения и ширины нормального уровня в точке, кулоновской энергии, температуры и других параметров.
3. Исследовано влияние механических степеней свободы на электрон-

ные свойства андреевской квантовой точки в пределе бесконечной сверхпроводящей щели. Рассчитан заряд и ток при наличии кулоновского взаимодействия и взаимодействия с механическими модами. Обсуждается энтропия фон Неймана в контексте запутанности электронной и механической подсистем. Рассчитана деформация дублетной области, а также характеристики механических степеней свободы.

Научная новизна и достоверность. Результаты диссертационной работы получены впервые, ее выводы обоснованы надежностью применявшихся при исследовании современных методов теоретической физики и подтверждаются результатами апробации работы.

Научная и практическая ценность. Полученные в работе результаты имеют как теоретическую, так и практическую ценность. Впервые заряд джозефсоновского контакта описан столь подробным образом. Рассмотрены самые интересные случаи, когда заряд непрерывным образом зависит от сверхпроводящей фазы. Обсуждается новый тип магнитометров на основе андреевских квантовых точек.

Апробация работы. Основные результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на международной Конференции «Mesoscopic and strongly correlated electron systems — 4» в Черногловке (2006), на Симпозиуме «Нанозифика и нанозлектроника» в Нижнем Новгороде (2007, 2010), на всероссийской Конференции МФТИ (2005–2007, 2009), а также на семинарах ИТФ им. Л.Д. Ландау, Федеральной технической школы Цюриха (ETH Zürich), Центра теоретической физики Университета Марселя (CPT CNRS Marseille) и Кафедры физики твердого тела Сакле (SPEC-CEA Saclay).

Публикации. По материалам диссертации опубликованы 2 научные работы, список которых приведен в конце реферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Глава 1 посвящена изучению заряда андреевской квантовой точки в отсутствие кулоновского взаимодействия. Для вычислений используются уравнения Боголюбова-де Женна для одномерной модельной системы SINIS контакта (S — сверхпроводник, I — нормальный рассеиватель, N — нормальный металл). Нормальные рассеиватели (INI) формируют квантовую точку с набором нормальных резонансов, а при подсоединении ее к сверхпроводящим берегам, добавляется андреевское рассеяние. Экспериментально андреевская квантовая точка может быть реализована с помощью нанотрубки, подвешенной между сверхпроводниками, и двух дополнительных затворов, формирующих нормальные рассеиватели, как показано на Рис. 1. Комбинация этих эффектов приводит к появлению нецелого заряда на островке, зависящего от разницы сверхпроводящих фаз в сверхпроводниках φ . Предполагается, что контакт короткий ($L \ll \xi$, где L — длина контакта, а ξ — длина когерентности в сверхпроводнике) и то, что только один нормальный резонанс попадает в промежуток $[E_F - \Delta \dots E_F + \Delta]$ (E_F — энергия Ферми, а Δ — сверхпро-

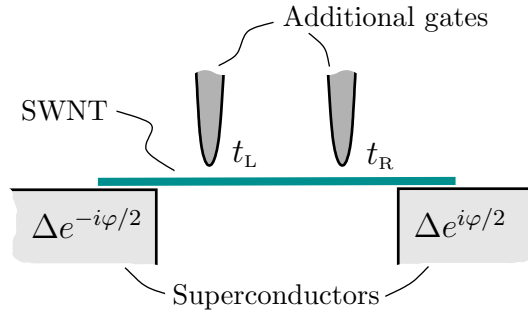


Рис. 1. Экспериментально квантовую точку можно создать с помощью двух дополнительных затворов, которые «выжимают» электронную плотность в определенных местах и формируют эффективные барьеры с амплитудами прохождения t_L и t_R .

водящая щель), а остальные резонансы находятся на расстояниях много больших Δ . Последнее условие означает, что только один андреевский уровень находится в квантовой точке. В наиболее интересном (фазочувствительном) случае, когда полуширина резонанса Γ и его положение относительно уровня Ферми $|\varepsilon_D|$ много меньше сверхпроводящей щели $\Gamma, |\varepsilon_D| \ll \Delta$ энергия андреевского уровня дается выражением

$$\varepsilon_A = \sqrt{\varepsilon_D^2 + \Gamma^2 \cos^2(\varphi/2)} \quad (1)$$

(выбраны только положительные $\varepsilon_A > 0$). В фазочувствительном пределе $\Gamma, |\varepsilon_D| \ll \Delta$ мы можем ограничиться всего четырьмя состояниями под сверхпроводящей щелью: основным состоянием без боголюбовских квазичастиц $|0\rangle$, единожды возбужденным состоянием с одной квазичастицей со спином вверх или вниз $|1\rangle$ и дважды возбужденным состоянием с двумя квазичастицами с противоположными спинами $|2\rangle$. Заряды этих состояний равны

$$Q_0 = e - Q_{\text{ex}}, \quad Q_1 = e, \quad Q_2 = e + Q_{\text{ex}}, \quad (2)$$

соответственно (здесь вычтены вклады в заряд не зависящие от φ от всех

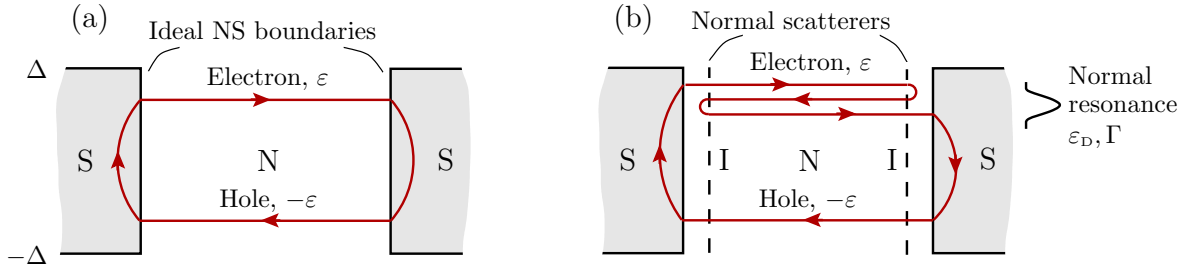


Рис. 2. Происхождение дробного заряда. (a) Андреевское отражение в SNS контакте с идеальными NS границами. (b) Андреевское отражение в SINIS контакте: рассеяние на INI части носит резонансный характер, что является причиной нарушения электронно-дырочной симметрии. На рисунке изображен электроноподобный резонанс ($\varepsilon_D > 0$).

резонансов, лежащих ниже). Тут заряд возбуждения

$$Q_{\text{ex}} = e (\varepsilon_D / \varepsilon_A). \quad (3)$$

Заряды четных состояний (синглетов) $Q_{0/2}$ имеют нецелый заряд, и вследствие этого они подвержены квантовым флуктуациям с дисперсией порядка заряда электрона. Заряд нечетного состояния (дублета) является хорошо определенной квантовой величиной. Заряд андреевской квантовой точки нецелый (дробный). Легче всего понять происхождение дробного заряда можно, оперируя временами пролета боголюбовских квазичастиц через нормальную область. В SNS контакте время пролета электрона равно времени пролета дырки (различие определяется малым отношением Δ/E_F), см. Рис. 2(a). В SINIS контакте присутствуют нормальные резонансы, поэтому время, проведенное квазичастицей в состоянии электрона, больше чем в состоянии дырки, в случае электроноподобного нормального резонанса $\varepsilon_D > 0$ и, наоборот, при $\varepsilon_D < 0$ см. Рис. 2(b). За счет взаимодействия электронных состояний с фононами, присутствующими в системе, могут происходить перезаселения состояний $|0\rangle$, $|1\rangle$ и $|2\rangle$. Переходы с изменением четности происходят с учетом непрерывно-

Во-вторых, кулоновская энергия сдвигает энергетические уровни четных и нечетных состояний по-разному, вследствие чего при некоторых параметрах φ и ε_D основное состояние будет являться состоянием $|-\rangle$ с энергией E_- (синглетная область), а при некоторых — состоянием $|1\rangle$ с энергией E_1 (дублетная область). Для симметричной квантовой точки условие формирования основного состояния дублетом выглядит следующим образом

$$(\varepsilon_D + 2E_C)^2 + \Gamma^2 \cos^2(\varphi/2) < E_C^2. \quad (8)$$

В **Главе 3** исследуется возможность детектирования магнитного потока посредством измерения заряда андреевской квантовой точки. Показано, что зависимость заряда андреевской квантовой точки от разницы сверхпроводящих фаз может быть использована для нового типа квантовых магнитометров, которые работают по схеме «магнитный поток \rightarrow заряд андреевской точки \rightarrow детектор заряда \rightarrow ток» вместо обычной схемы по которой работают СКВИДы «магнитный поток \rightarrow ток». Чувствительность заряда к магнитному потоку была проанализирована как функция потенциала затвора, кулоновского взаимодействия, асимметрии квантовой точки и температуры. Для одноэлектронных транзисторов, как детекторов заряда, была произведена численная оценка, показывающая, что теоретическая чувствительность системы не уступает существующим СКВИДам.

В **Главе 4** изучается масштабируемость эффекта в зависимости от числа андреевских уровней и геометрических характеристик контакта. В первой части этой главы изучается случай нескольких каналов. При этом используется эквивалентный, но более оправданный технически, подход туннельного гамильтониана. В случае отсутствия кулоновского

взаимодействия вклады от каждого канала в ток и заряд аддитивны. При наличии кулоновского взаимодействия состояния с одинаковой четностью могут быть смешаны, и основное состояние может даваться не только синглетным или дублетным состояниями, как в случае одного канала, но и иметь тройное, четверное и т.д. вырождение по спину и формировать триплетные, квадруплетные и т.д. состояния. Кулоновское взаимодействие в одном канале может отличаться от взаимодействия между ними (например, в случае нескольких контактов, соединенных параллельно). В случае одинакового кулоновского взаимодействия дублетные области, формируемые каждым из каналов, не перекрываются, а в случае слабого взаимодействия между каналами, могут перекрываться, создавая триплетные, квадруплетные и т.д. состояния.

Во второй части главы изучается случай многих каналов для коротких контактов сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник с квадратичной дисперсией и сверхпроводник–графен–сверхпроводник с линейной дисперсией. Эффекты кулоновского взаимодействия можно оценить здесь в приближении среднего поля. В случае квадратичной дисперсии плотность состояний постоянна, и кулоновское взаимодействие сильно подавляет заряд, а в случае линейной дисперсии плотность состояний пропорциональна уровню допирования графена, и кулоновское взаимодействие не слишком сильно влияет на заряд.

Глава 5 описывает наномеханические эффекты в андреевской квантовой точке (см. точку на основе нанотрубки на Рис. 3(a) и модельную установку на Рис. 3(b)). Механические степени свободы описываются квантовыми гармоническими осцилляторами, а их взаимодействие — гамильтонианом, аналогичным гамильтониану электрон-фононного взаимодействия, но с фиксированными фононными модами. Исследовано

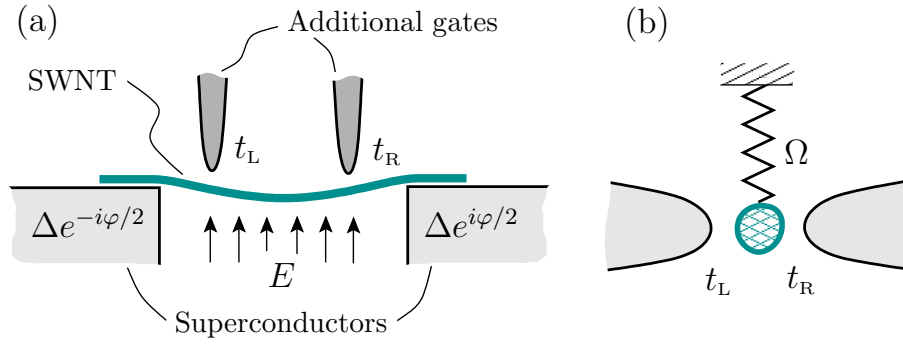


Рис. 3. (а) Одностенная углеродная нанотрубка подвешена между сверхпроводящими берегами с разностью сверхпроводящих фаз φ . Заряд нанотрубки Q притягивается внешним электрическим полем E . Два дополнительных затвора формируют электронные резонансы вдоль нанотрубки, создавая квантовую точку. (б) Модельная установка представляет собой квантовую точку с механической степенью свободы, присоединенную к сверхпроводящим берегам через туннельные переходы.

влияние механической степени свободы на заряд андреевской квантовой точки и его чувствительность к сверхпроводящей фазе: при ее наличии чувствительность в типичном случае подавляется, однако в определенных ситуациях может и возрасти. Было изучено влияние силы взаимодействия электронной и механической подсистем на размер дублетной области в переменных (φ, ε_D) : ее размер уменьшается по мере увеличения константы электрон-фононного взаимодействия. Ввиду этого, эффекты, которые подавляются в дублетной области, частично «восстанавливаются» при добавлении механических степеней свободы. Рассматривается энтропия фон Неймана, как характеристика запутанности между электронной и механическими степенями свободы. В отсутствие кулоновского взаимодействия максимальное значение энтропии $S_{\max} = \ln 2$ достигается при $\varphi = \pi$ и $\varepsilon_D = 0$, а при ненулевом кулоновском взаимодействии — $S_{\max} < \ln 2$ на границе дублетной области. Также даны описания механических характеристик, например, вычислены энергии, запасенные в

колебательных модах.

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

Выводы.

1. В работе был детально изучен заряд андреевской квантовой точки. Было показано, что он локализован в области квантовой точки и непрерывным образом зависит от разницы фаз между сверхпроводниками. Были изучены флуктуации заряда за счет электрон-фононного взаимодействия и за счет флуктуаций потенциала затвора.
2. В данной задаче кулоновское взаимодействие может приводить к перестройке синглетного основного состояния в дублетное. В то время как в синглетном состоянии течет джозефсоновский ток и заряд зависит от фазы, в дублетном состоянии бездиссипативный ток отсутствует, а заряд является целым. При увеличении зарядовой энергии «размер» дублетной области в координатах (φ, ε_D) увеличивается.
3. Предложена концепция нового прибора для измерения магнитного потока, где андреевская квантовая точка выступает в качестве рабочего элемента. Изучена дифференциальная чувствительность. Оценки показывают, что теоретическая чувствительность прототипа не уступает чувствительности существующих СКВИДов. Было исследовано масштабирование эффекта в случае нескольких и в случае большого количества каналов. Показано, что влияние кулоновского взаимодействия в случае линейного спектра (в графене) существенно слабее чем в случае квадратичного спектра (в металле).

4. Изучена андреевская квантовая точка с наномеханическим элементом. Показано, что взаимодействие с механической степенью свободы уменьшает размер дублетной области, выступая, таким образом, как отрицательное кулоновское взаимодействие. В типичном случае при увеличении силы взаимодействия с механическим элементом, критический ток и максимальная чувствительность заряда к фазе падают, однако при некоторых параметрах могут и возрасти. Запутанность между электронной и механической степенями свободы была охарактеризована с помощью энтропии фон Неймана.

Публикации по теме диссертации

1. *Sadovskyy I. A., Lesovik G. B., Blatter G.* Continuously tunable charge in Andreev quantum dots // *Phys. Rev. B.* — 2007. — May. — Vol. 75, no. 19. — P. 195334.
2. *Sadovskyy I. A., Lesovik G. B., Blatter G.* Magnetic flux detection with an Andreev quantum dot // *Письма в ЖЭТФ.* — 2007. — Т. 86. — С. 239.

Литература

- [1] *Josephson B.* Possible new effects in superconductive tunnelling // *Phys. Lett.* — 1962. — Vol. 1. — Pp. 251–253.
- [2] *Абрикосов А. А.* О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы // *ЖЭТФ.* — 1957. — Jun. — Т. 32, № 6. — С. 1442–1452.
- [3] *Khomskii D. I., Freimuth A.* Charged vortices in high temperature superconductors // *Phys. Rev. Lett.* — 1995. — Aug. — Vol. 75, no. 7. — Pp. 1384–1386.
- [4] Electrostatics of vortices in type-II superconductors / G. Blatter, M. Feigel'man, V. Geshkenbein et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Jul. — Vol. 77, no. 3. — Pp. 566–569.
- [5] *Laughlin R. B.* Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations // *Phys. Rev. Lett.* — 1983. — May. — Vol. 50, no. 18. — Pp. 1395–1398.
- [6] Observation of the $e/3$ fractionally charged Laughlin quasiparticle / L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, B. Etienne // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Sep. — Vol. 79, no. 13. — Pp. 2526–2529.
- [7] Observation of quasiparticles with one-fifth of an electron's charge / M. Reznikov, R. de Picciotto, T. G. Griffiths et al. // *Nature.* — 1999. — May. — Vol. 399, no. 6733. — Pp. 238–241.
- [8] *Wen X. G.* Gapless boundary excitations in the quantum Hall states and in the chiral spin states // *Phys. Rev. B.* — 1991. — May. — Vol. 43, no. 13. — Pp. 11025–11036.

- [9] *Lebedev A. V., Crépieux A., Martin T.* Electron injection in a nanotube with leads: finite-frequency noise correlations and anomalous charges // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Feb. — Vol. 71, no. 7. — P. 075416.
- [10] Fractional charge in the noise of Luttinger liquid systems / B. Trauzettel, I. Safi, F. Dolcini, H. Grabert // *Fluctuations and noise in materials II* / Ed. by P. Svedlindh, D. Popovic, M. B. Weissman. — Vol. 5843. — SPIE, 2005. — Pp. 115–123.
- [11] *Anderson P. W., Rowell J. M.* Probable observation of the Josephson superconducting tunneling effect // *Phys. Rev. Lett.* — 1963. — Mar. — Vol. 10, no. 6. — Pp. 230–232.
- [12] Nanomechanical oscillations in a single-C₆₀ transistor / H. Park, J. Park, A. K. L. Lim et al. // *Nature.* — 2000. — Sep. — Vol. 407. — Pp. 57–60.
- [13] Vibration-assisted electron tunneling in C₁₄₀ transistors / A. Pasupathy, J. Park, C. Chang et al. // *Nano Lett.* — 2005. — Vol. 5, no. 2. — Pp. 203–207.
- [14] Supercurrents through single-walled carbon nanotubes / A. Kasumov, R. Deblock, M. Kociak et al. // *Science.* — 1999. — Vol. 284, no. 5419. — Pp. 1508–1511.
- [15] *Jarillo-Herrero P., van Dam J. A., Kouwenhoven L. P.* Quantum supercurrent transistors in carbon nanotubes // *Nature.* — 2006. — Feb. — Vol. 439. — Pp. 953–956.
- [16] Carbon nanotube superconducting quantum interference device / J.-P. Cleuziou, W. Wernsdorfer, V. Bouchiat et al. // *Nature Nanotech.* — 2006. — Oct. — Vol. 1. — Pp. 53–59.

- [17] Atomic dimer shuttling and two-level conductance fluctuations in nb nanowires / A. Marchenkov, Z. Dai, B. Donehoo et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Jan. — Vol. 98. — P. 046802.
- [18] Alternating current josephson effect and resonant superconducting transport through vibrating nb nanowires / A. Marchenkov, Z. Dai, B. Donehoo et al. // *Nature Nanotech.* — 2007. — Jul. — Vol. 2. — Pp. 481–485.

