

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук Балакина Алексея Антониевича
на диссертационную работу Короткевича Александра Олеговича
«Моделирование нелинейных волн в задачах теоретической физики»,
представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук
по специальности 1.3.3 — Теоретическая физика

Актуальность диссертационной работы связана с единообразием приближений теории нелинейных волн для различных физических явлений и средам, включая электродинамику классических и квантовых сред, физическую кинетику, теорию конденсированного состояния, классические жидкости, неравновесные системы и волновую турбулентность. Автор демонстрирует общность подходов и методов (как аналитических, так и численных) для описания нелинейных волн в разных средах, включая взаимодействие электромагнитных волн в плазме, особенности модуляционной неустойчивости, солитонику, вычисление волн Стокса, а также вопросы применимости кинетического уравнения для волн.

Общая характеристика диссертационной работы.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 348 наименований, списка публикаций автора по теме диссертации (20 публикаций в реферируемых журналах) и четырёх приложений. Работа представлена на 370 страницах и включает 143 рисунка и 3 таблицы.

Во введении обоснована актуальность темы, сформулирована цель работы, новизна и практическая ценность полученных результатов.

В первой главе диссертации рассматриваются две задачи. В разделе 1.1 исследуется проблема радиосвязи с гиперзвуковым аппаратом, окружённым плазменным облаком при вхождении в плотные слои атмосферы. Нелинейное взаимодействие электромагнитных волн в плазме находится путём последовательного решения линейных задач с учётом слабости взаимного влияния волн. Сначала численно решается краевая задача для падающего поля на частоте ниже плазменной, затем полученный профиль поля используется для расчёта нелинейного тока и генерации волны на разностной частоте, распространяющейся к аппарату в плазме. Проведены аналитические расчёты и численное моделирование, подтвердившие реализуемость подхода. Аналогично исследована возможность посылки сигнала от гиперзвукового тела на приёмник вне плазменного слоя и показана реализуемость решения проблемы «блэкаута» — отсутствия радиосвязи с гиперзвуковым аппаратом в плотных слоях атмосферы. В разделе 1.2 рассмотрено одновременное распространение двух магнитостатических спиновых волн в намагниченной до насыщения плёнке железо-иттриевого граната. Выведена первая нелинейная поправка к линейной дисперсии, построены нелинейные дисперсионные уравнения в пределе слабой нелинейности и получена система уравнений, описывающая динамику связанных волн. Хотя одиночная волна в такой среде модуляционно устойчива, при распространении двух волн на близких частотах наблюдается модуляционная неустойчивость. Построена зависимость инкремента неустойчивости от волновых векторов возмущений. Результаты подтверждены экспериментально.

В второй главе диссертации исследуются три задачи нелинейной оптики из области солитоники и распадной нелинейности. В разделе 2.1 в приближении плавной огибающей и слабой нелинейности описывается модификацией модели Максвелла-Даффинга для среды в виде брэгговской решётки из периодических слоёв с нелинейной средой. Найдено аналитическое решение в виде уединённой волны, распространяющейся без изменения формы, устойчивость которого подтверждена численным моделированием. В разделе 2.2 рассматривается распространение оптического сигнала в активном метаматериале с целью компенсировать потери в метаматериалах с отрицательным показателем преломления, вызванные дисси-

пацией в плазмонных структурах. Для учёта взаимодействия разных частот и поляризаций со структурой метаматериала используется система уравнений для полей, распространяющихся в противоположные стороны и связанных через взаимодействие со средой. Исследуется Λ -конфигурация трёхуровневой активной среды и модификация модели Максвелла-Блоха для двух полей, распространяющихся в противоположные стороны. Численное моделирование показало самозахват импульсов и их распространение со скоростью существенно меньше групповой скорости в среде. В разделе 2.3 рассматривается вынужденное рассеяние Мандельштам-Бриллюэна в плазме установки NIF с целью исследовать коллективную неустойчивость при взаимодействии «спеклов» (областей высокой интенсивности) лазерного излучения с учётом конечного времени когерентности. Наличие спеклов подавляет развитие трёхволнового рассеяния, но возникает новая «коллективная» неустойчивость, имеющая порог по амплитуде. В диссертации численно продемонстрирован пороговый характер коллективной неустойчивости, соответствующий аналитической оценке.

В третьей главе диссертации рассматривается подход к моделированию волн на поверхности потенциального течения глубокой двумерной несжимаемой жидкости, используя конформные отображения. В разделе 3.1 представлены вычисленные с высокой точностью профили волны Стокса в широком диапазоне уровня нелинейности и найдены их высокоточные аппроксимации Паде. Используя эти результаты, уточнена крутизна (нормированная на длину волны разность между самой высокой и самой глубокой точками) предельной волны Стокса, при которой происходит формирование особенности на гребне. В разделе 3.2 исследована супергармоническая неустойчивость волны Стокса относительно возмущений с длиной волны меньше, чем у волны Стокса. Выявлен механизм появления новых ветвей неустойчивости. Предложены универсальные феноменологические зависимости для инкрементов неустойчивости всех ветвей супергармонической неустойчивости, подтверждённые численно после достижения четвёртой ветви неустойчивости.

В четвёртой главе диссертации исследуются волны на поверхности жидкости в рамках слабонелинейного подхода в трёхмерной геометрии, когда легко выделить резонансные процессы взаимодействия волн, дающие наибольший вклад на больших временах. В разделе 4.1 рассматривается пример четырёхволнового резонансного процесса — неустойчивость стоячей волны. Резонансные кривые для этого процесса представляет собой кольцо в пространстве волновых векторов с центром в начале координат, проходящее через волновые векторы стоячей волны. Приведены примеры «кольцевой» неустойчивости для капиллярной и гравитационной стоячих волн. В разделе 4.2 исследуется влияние явления «конденсации» на поведение системы гравитационных волн. Причиной конденсации является обратный каскад турбулентности на границе жидкости, когда течение можно считать потенциальным, т. е. описываемым эффективно двумерными уравнениями. В разделе 4.3 численно изучалась зависимость затухания волнового спектра от крутизны волн при смещении в область длинных волн. Показано, что как минимум в некоторых моделях ветрового волнения затухание, вызванное образованием пены на гребнях волн, переоценивается кратно, что ведёт к неминуемым проблемам с физической моделью. В разделе 4.4 представлен новый режим волновой турбулентности в конечных системах — мезоскопическая турбулентность, являющаяся промежуточным состоянием между режимами мало-модовой динамики и турбулентности, описываемой кинетическим уравнением для гравитационных волн. Наблюдались формирование хвоста распределения, близкого к спектру Захарова-Филоненко прямого каскада гравитационных волн и сдвиг спектрального максимума в сторону больших масштабов, но не по законам, следующим из кинетического уравнения Хассельманна.

В пятой главе диссертации развито статистическое описание нелинейных процессов в волновых системах в рамках кинетического уравнения и исследуются границы его применимости. В разделе 5.1 рассмотрен случай одномерного дефокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера с нелинейностью пятой степени, где нелинейный процесс шестиволновой.

Получены критерии применимости описания волнового поля непрерывным кинетическим уравнением. В разделах 5.2 и 5.3 приведено прямое сравнение моделирования гравитационных волн в динамических уравнениях и кинетическом уравнении Хассельманна. Показано появление в динамических распределениях хвостов, отвечающих сосуществованию слабой и сильной волновой турбулентности. Подобрана новая форма феноменологического диссипативного члена, дающего хорошее согласие с вычислениями в рамках динамических уравнений. В разделе 5.4 аналогичное сравнение выполнено с целью исследования обратного каскада и конденсации. Обнаружен новый универсальный спектр $\sim 1/k^3$ обратного каскада в присутствии конденсата, значимо отличающийся от предсказываемого теорией волновой турбулентности спектра Колмогорова-Захарова. Для его объяснения использовано описание взаимодействия конденсата и обратного каскада, найдена асимптотика матричного элемента взаимодействия волн для масштабов малых, по сравнению с характерным масштабом конденсата, и получено приближенное уравнения диффузии в k -пространстве с неоднородным коэффициентом, чье стационарное решение и даёт требуемый спектр.

В заключении сформулированы основные выводы по результатам диссертационной работы и перспективы дальнейшей разработки темы.

Научная и практическая значимость полученных результатов состоит в комплексе оригинальных исследований и численных моделей в различных областях теории колебаний и волн. В частности, впервые выполнено моделирование генерации волны на разностной частоте в плазме вокруг гиперзвукового тела, исследовано одновременное распространение магнитостатических спиновых волн в железо-иттриевом гранате, а также изучено распространение световых импульсов в брэгговской решётке и активной среде с Λ -конфигурацией уровней. Существенным вкладом стало обнаружение новой коллективной моды неустойчивости, связанной с рассеянием Мандельштамма-Бриллюэна, и создание высокоточной библиотеки для вычисления стоксовых волн на поверхности глубокой жидкости. Кроме того, исследованы супергармоническая неустойчивость волн Стокса и формирование каскадов турбулентности гравитационных волн в трёхмерной жидкости. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми.

Достоверность полученных результатов обеспечивается как контролем точности использованных численных и аналитических методов, так и сравнением с результатами работ других авторов, а также с данными натурных и численных экспериментов.

Замечания по диссертации.

1. Из общих замечаний следует выделить не приведённые явно условия применимости уравнений, которые не позволяют оценить погрешность и достижимость получаемых результатов. Это замечание касается многих разделов, включая пп. 1.1.2, 1.2.2, 2.1.1, 2.3.1, 4.1.1
2. Асимптотическое выражение (1.30) хорошо работает только в окрестности резонанса. Напротив граничное условие (перед (1.31)) ставится относительно далеко от резонанса. Это делает формулы (1.31) и далее не вполне обоснованными, а скорее похожими на оценки по порядку величины.
3. В начале раздела 1.1.3 предлагается использовать метод «прогонки» для поиска решения эллиптического уравнения (1.15). На мой взгляд это не вполне эффективный путь, поскольку фундаментальные моды в уравнениях эллиптического типа значительно проще и быстрее искать методом установления или различными итерационными методами.
4. Термин «дисперсионное соотношение» подразумевает наличие принципа суперпозиции для построения решений, но в нелинейной задаче его нет. Более того, формулы (1.59)-(1.63) выглядят неудачно и с математической точки зрения, поскольку величины

- k и координаты/интенсивности не являются коммутирующими. Другими словами, подобный формализм можно использовать только в пределе геометрической оптики (т.е. до учёта перекрёстных некоммутирующих членов), что делает формулы избыточными и некорректными. Собственно, именно такие («неперекрёстные») члены остаются в итоге в (1.64). В связи с этим не понятно зачем писать столько некорректных формул, а не стартовать сразу с (1.64) или (1.65). Последняя имеет легко объяснимую форму в виде двух нелинейно-связанных нелинейных уравнений Шредингера.
5. В формуле после (1.64) пропущен квадрат у скорости.
 6. Анализ устойчивости (1.82)-(1.91) рассматривает только ситуацию одинаковых знаков β_1, β_2 и f_1, f_2 , когда однородное решение неустойчиво. Однако, интересный случай устойчивости однородного решения как раз достигается при разных знаках.
 7. Численные результаты и аналитические формулы дают заметно расходящиеся значения в разделе 2.3.3 (рис. 2.19-2.20). Хорошо бы подробнее обсудить причины различия и низкой точности численного моделирования.
 8. Вывод ко второй главе "В данной главе на примерах из нелинейной оптики и физики плазмы продемонстрирована общность подхода приближения огибающей, естественно появляющегося при сравнительно высоких частотах несущей волны, несмотря на существенно отличающуюся физику рассмотренных систем." выглядит слишком общим и хорошо известным.
 9. Вычисление волны Стокса методом сопряжённых градиентов конечно возможно, но очень трудоёмко при большом числе точек. Обычно для решения частной задачи собственных чисел/векторов используют методы установления для эллиптических уравнений или итерационные методы. Следует пояснить этот момент.
 10. В п.3.2.2 подменяется заявленная задача исследования волны Стокса на устойчивость, на более простую задачу нахождения точек бифуркации волны Стокса.
 11. В п.4.1.2 вначале высказываются общие утверждения о неустойчивости волн, которые ниже оказываются верными лишь частично (см. (4.51)).
 12. На первый взгляд, достоверность результатов расчётов на рисунках 4.6-4.20 вызывает сомнения, поскольку число точек явно недостаточно для разрешения резонансной кривой (если каждый пиксель/пик отвечает одной гармонике). Поэтому представляет полезным обсудить насколько полученные результаты описывают «реальную» ситуацию, а не особенности дискретной схемы, используемой для расчётов. У меня создаётся стойкое впечатление, что исследуются именно особенности численной схемы, поскольку появление стохастизации при высоких амплитудах как раз характерно для дискретных систем. Аналогичный вопрос возникает и к результатам п.5.4 (рис. 5.37)
 13. Нехорошо называть «трёхмерной гидродинамикой» результаты расчёта турбулентности в рамках двумерных уравнений (4.19) в п.4.3.1.
 14. На стр. 203 приводится утверждение: «Также необходимо поддерживать среднюю крутизну достаточно высокой, чтобы четырёхволновое взаимодействие не было остановлено дискретностью сетки волновых чисел [361].» Это странно, поскольку высокая крутизна означает резкое изменение амплитуды от точки к точке, значит сеточная дисперсия сильнее, т.е. дискретность влияет больше. Возможно имеется в виду условие «удержания» основной части спектра в середине расчётной области, т.к. в спектральных методах ошибки возникают, как правило, и для крупных [порядка расчётной области] и для мелких [порядка шага сетки] масштабов.
 15. Похоже, что в разделе 5.1 ссылка на уравнение (5.1) должна указывать на 6ВНУШ, а не на уравнение (5.1) на стр. 219.
 16. Получение коэффициентов степенных зависимостей при изменении параметра всего лишь в три раза является не вполне обоснованным. Это замечание относится к большинству рисунков в двойном логарифмическом масштабе в главах 4 и 5.

Сделанные замечания не снижают достоинств диссертации. Диссертация выполнена на высоком научном уровне и отвечает требованиям ВАК. Все результаты диссертационной работы опубликованы в открытой печати в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК. Докторская диссертация А.О. Короткевича является завершённым научным исследованием, соответствующим специальности 1.3.3 «Теоретическая физика». Автореферат соответствует содержанию диссертации.

На основании анализа рукописи и автореферата диссертации А.О. Короткевича «Моделирование нелинейных волн в задачах теоретической физики» можно с уверенностью констатировать, что данная диссертация соответствует всем критериям, установленным в части II Положения о порядке присуждения учёных степеней №842 от 24.09.2013 г. (ред. От 25.01.2024 г.), а её автор, Короткевич Александр Олегович, заслуживает присуждения степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3 — «Теоретическая физика».

Доктор физико-математических наук (01.04.08 — физика плазмы),
ведущий научный сотрудник отдела нелинейной электродинамики,

Подпись А.А. Балакина
Учёный секретарь ИИФ
доктор физико-математических наук

Балакин Алексей Антониевич
15 сентября 2026 г.

Корюкин Игорь Валерьевич

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук». 603951, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46, тел. +7 (831) 436-62-02, факс +7 (831) 416-06-16, сайт <https://www.ipfran.ru/>, e-mail: dir@ipfran.ru