

Отзыв

Официального оппонента доктора физико-математических наук
Зотова Андрея Владимировича на диссертацию Еремина Бориса Андреевича
«Зеркальная симметрия многообразий Калаби-Яу и $N=2$ суперконформные двумерные
теории поля» представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 1.3.3 — «Теоретическая физика»

Диссертация Еремина Б.А. посвящена актуальному разделу современной теоретической физики — изучению зеркальной симметрии. Исходно гипотеза зеркальной симметрии, которая позволяет ассоциировать друг с другом два различных комплексных многообразия, возникла в рамках изучения скрытых компактных измерений в теории суперструн — многообразий Калаби-Яу. Практическая значимость зеркальной симметрии заключается, в частности, в возможности вычисления важных геометрических характеристик таких многообразий. Например, она позволяет находить метрику на пространстве модулей комплексных и кэлеровых структур, которая в явном виде входит в лагранжиан эффективной четырехмерной теории супергравитации.

Значимая часть диссертации посвящена моделям $N=2$ суперконформной теории поля с центральным зарядом $c=9$. Исторически такие модели возникли в работах Д. Гепнера в качестве компактного сектора полей гетеротической теории суперструн. Диссертант рассматривает орбифорды произведения $N=2$ минимальных моделей супералгебры Вирасоро. Такие модели классифицируются диаграммами Дынкина типа ADE. Основным результатом здесь является разработка подхода к построению спектра взаимно локальных полей на основе аксиом конформного бутстрапа. Актуальность данного исследования обусловлена тем, что локальные поля в таких теориях определяют безмассовые состояния в теории суперструн.

Диссертация состоит из введения, четырех глав основного текста, заключения, двух приложений и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 122 страницы, включая 3 рисунка. Список литературы включает в себя 85 ссылок.

Перейдем к структуре диссертации. **Введение** начинается с обзора литературы по тематике диссертации. Далее сформулированы цели и задачи исследования, положения, выносимые на защиту, актуальность, научная новизна, практическая значимость, приведен список публикаций диссертанта. В конце введения представлено краткое содержание диссертации.

Первая глава посвящена проблеме компактификации в теории струн. Глава носит вводный характер. В начале кратко освещена необходимость компактификации шести из десяти пространственно-временных измерений на многообразиях Калаби-Яу. На классическом примере редукции Калуцы-Клейна продемонстрировано, что безмассовые поля эффективной низкоэнергетической теории соответствуют гармоническим формам (когомологиям) внутреннего компактного многообразия.

Вводится необходимый математический аппарат, приводятся основные определения из комплексной и кэлеровой геометрии, сформулированы определения многообразий Калаби-Яу, вводятся пространства модулей деформаций комплексных и кэлеровых структур. В завершении рассматривается конкретный пример семейства многообразий Калаби-Яу — квинтика.

Вторая глава диссертации содержит ряд основных новых результатов соискателя. Она посвящена зеркальной симметрии в двух классических подходах: Берглунда-Хубша-Кравица (БХК) и Батырева. Обе конструкции начинаются с гиперповерхности X , которая задается нулями обратимого квази-однородного полинома во взвешенном проективном пространстве, а также с выбора допустимой группы фазовой симметрии G так, что фактор X/G представляет собой орбифолд Калаби-Яу. Согласно конструкции БХК, зеркальный двойник реализуется как орбифолд Y/G^* в другом взвешенном проективном пространстве по двойственной группе G^* . Автор строит зеркальный орбифолд и получает новую интерпретацию конструкции БХК в виде связи деформаций комплексных структур исходного и зеркального семейства. Далее зеркальный партнер строится как гиперповерхность в торическом многообразии на основании комбинаторной конструкции Батырева. Здесь автору впервые удалось получить явный вид многочлена, который определяет зеркальную гиперповерхность в торическом многообразии в достаточно общем случае. Соискатель демонстрирует эквивалентность двух подходов зеркальной симметрии. Для этого строится явное отображение из торического многообразия во взвешенное проективное пространство, при котором полиномы, полученные согласно конструкциям БХК и Батырева, переходят друг в друга. Разработанный автором подход продемонстрирован на примере орбифолдов семейства квинтики. Результаты, полученные во второй главе, представляют большой интерес, так как знание зеркального двойника существенно упрощает вычисление различных геометрических характеристик и инвариантов. Актуальность рассмотрения именно орбифолдов Калаби-Яу обоснована тем, что факторизация по допустимой группе G зачастую уменьшает эйлерову характеристику многообразий, что важно в контексте струнной компактификации: число поколений в эффективной теории связано с модулем половины эйлеровой характеристики компактного многообразия.

В **Третьей главе** диссертации рассматриваются суперсимметричные калибровочные линейные сигма-модели (КЛСМ). Определение таких моделей на сфере позволяет сохранить часть суперсимметрии, что приводит к возможности точного вычисления статистической суммы. При должном выборе параметров модели, КЛСМ находится в так называемой геометрической фазе, в которой пространство суперсимметричных вакуумов Y реализуется как гиперповерхность Калаби-Яу в торическом многообразии. Основной задачей, решаемой в главе, является проверка гипотезы о том, что статистическая сумма КЛСМ вычисляет метрику на пространстве модулей кэлеровых структур многообразия Y . Диссертант явным вычислением проверяет зеркальную версию этой гипотезы, используя конструкцию зеркальной симметрии Батырева. Для этого соискатель показывает, что многообразие Y зеркально-двойственно некоторому

семейству Калаби-Яу X типа Берглунда-Хубша, используя для этого результаты, полученные во второй главе. Глава завершается рассмотрением примеров. Полученный автором результат интересен в рамках задачи вычисления метрики на пространстве кэлеровых модулей многообразий Калаби-Яу, так как статистическая сумма КЛСМ дает явный ответ.

Четвертая глава посвящена моделям $N=2$ суперсимметричных конформных теорий поля (СКТП) с центральным зарядом $c=9$. Первые несколько разделов носят обзорный характер. В них приводятся основные положения конформной теории поля, вводится алгебра Вирасоро и ее суперсимметричное расширение, рассматриваются $N=2$ минимальные модели, обсуждается подход модулярного и конформного бутстрапа к нахождению спектра конформной теории поля, сформулирована ADE классификация модулярно-инвариантных статистических сумм. Следующие разделы посвящены построению моделей $N=2$ СКТП в виде орбифолдов произведений $N=2$ минимальных моделей ADE типов по некоторой группе G . Такие конформные теории поля описывают сигма-модели на соответствующих многообразиях Калаби-Яу. Интегрируемость минимальных моделей позволяет находить спектр локальных полей, а также, например, точно вычислять корреляционные функции. Используя конструкцию спектрального потока, автор строит полный набор взаимно локальных полей, твистованных элементами группы G . Далее исследуется зеркальная модель орбифолда, построенная по дуальной группе G^* . Автор показывает, что модели, построенные по группам G и G^* , являются эквивалентными конформными теориями, то есть имеют изоморфные пространства состояний. В качестве следствия отсюда вытекает совпадение структурных констант зеркальных моделей (с точностью до замены киральных полей на антикиральные в голоморфном секторе). Далее подробно описан алгоритм построения киральных полей, которые определяют компактный сектор безмассовых состояний в теории струн. Глава завершается рассмотрением важного примера орбифолдов произведения минимальной модели типа A и трех моделей типа E7. Автор демонстрирует применение разработанного им алгоритма нахождения киральных полей и приводит таблицы антикиральных-киральных полей для двух различных орбифолдов и их зеркал. Размерности полученных киральных колец находятся в соответствии с размерностями когомологий соответствующего многообразия Калаби-Яу. Полученные результаты важны для построения моделей гетеротической теории струн с тремя поколениями заряженных частиц. Также стоит отметить, что с геометрической точки зрения орбифолды моделей типа ADE описывают многообразия Калаби-Яу, задаваемые как пересечения гиперповерхностей в произведении проективных пространств. Тем самым киральные примарные поля являются реализацией представителей пространства когомологий этих многообразий.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертации и кратко освещены дальнейшие планы исследования.

Приложения содержат вспомогательные к четвертой главе вычисления.

Оценивая проделанную работу, можно заключить, что диссертация Еремина Б.А. является законченным, актуальным и самостоятельным исследованием по важным задачам современной теоретической физики (в полном соответствии с паспортом специальности ВАК 1.3.3).

Результаты диссертационной работы согласуются с известными положениями конформной теории поля, теории струн и других разделов современной теоретической физики, а также подтверждены строгими аналитическими вычислениями. Результаты, представленные в диссертации, являются новыми и опубликованы в 5 рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК. Результаты многократно докладывались автором на международных и всероссийских конференциях, а также на научных семинарах. Представленные публикации и доклады на конференциях подтверждают достоверность и апробацию результатов. Все работы выполнены при непосредственном участии соискателя, а его вклад в эти работы был определяющим. Автореферат диссертации соответствует содержанию диссертации и опубликованным статьям, и в полной мере отражает основные положения, выносимые на защиту диссертации.

Итак, результаты диссертации представляются достоверными и научно обоснованными, обладают новизной, теоретической и практической значимостью. Считаю, что диссертация Еремина Бориса Андреевича «Зеркальная симметрия многообразий Калаби-Яу и $N=2$ суперконформные двумерные теории поля» представляет собой законченную научно-квалификационную работу, удовлетворяющую требованиям «Положения о порядке присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Еремин Борис Андреевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 - «Теоретическая физика».

Официальный оппонент,

Доктор физико-математических наук (01.04.02 – теоретическая физика)

Ведущий научный сотрудник

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук

Зотов Андрей Владимирович

Адрес: 119991, Москва, ул. Губкина, д.8

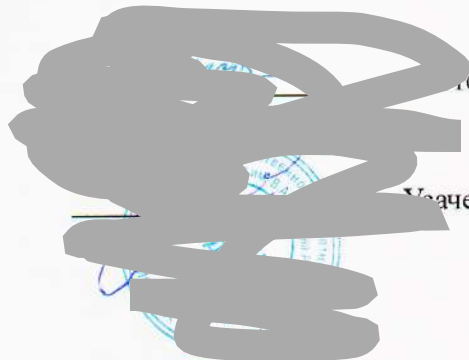
e-mail: zotov@mi-ras.ru

телефон: 8-916-663-20-45

Дата: 12.01.2026

Подпись Зотова А.В. заверяю.

Заведующий отделом кадров МИАН

 Зотов А.В.
 Кучева О.Г.