

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д.002.207.01,  
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ИМ. Л. Д. ЛАНДАУ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК, ПО ДИССЕРТАЦИИ НА  
СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело №

решение диссертационного совета от 28.06.2019 № 7

О присуждении Островскому Павлу Михайловичу, гражданину РФ ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Электронные свойства неупорядоченного графена» по специальности 01.04.02 – теоретическая физика принята к защите 22.03.2019. (протокол заседания № 3) диссертационным советом Д.002.207.01, созданным на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук по адресу 142432, Московская обл., г. Черноголовка, пр-т акад. Семенова, д. 1А приказом № 105/нк от 11.04.2012.

Соискатель Островский Павел Михайлович, 1978 года рождения. Диссертацию «Плотность состояний в мезоскопических сверхпроводящих гибридных структурах» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук защитил в 2004 году в диссертационном совете, созданном на базе Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, работает научным сотрудником в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук. Диссертация выполнена в секторе квантовой мезоскопии ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН.

Официальные оппоненты:

1. Михаил Михайлович Глазов, доктор физико-математических наук, член-

корреспондент Российской академии наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук, Секция общей физики и астрономии, ведущий научный сотрудник;

2. Кирилл Эдуардович Нагаев, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук, лаборатория теоретических проблем физической электроники, главный научный сотрудник
  3. Владимир Исаакович Юдсон, доктор физико-математических наук, Международная лаборатория физики конденсированного состояния Национального исследовательского университета Высшая школа экономики, главный научный сотрудник
- дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Гатчина, в своем положительном отзыве, составленном заведующим сектором теории конденсированного состояния НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ, д. ф.-м. н. Дмитрием Николаевичем Аристовым и заверенном заместителем директора НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ по научной работе д. ф.-м. н. В. В. Ворониным указала, что диссертация П. М. Островского посвящена изучению плотности электронных состояний и электрической проводимости графена и других двумерных киральных металлов с различными типами примесей. В основе построенной автором теории лежит симметричный анализ беспорядка. Такой подход позволяет предсказывать электронные свойства графена и, в частности, явления локализации в самом общем виде. Также в диссертации П. М. Островского разработаны несколько специализированных методов исследования электронного транспорта в металлах с дираковским спектром для описания отдельных типов примесей: баллистическая ренормализационная группа для

случая слабого беспорядка общего вида, нелинейная сигма-модель с особыми топологическими членами для различных видов плавного беспорядка, метод развернутых функций Грина для металлов с сильными примесями. Научная и практическая значимость диссертации П. М. Островского не вызывает сомнений. Построенные в диссертации модели беспорядка хорошо описывают многие экспериментально наблюдаемые свойства графена и других материалов с дираковским спектром, в том числе топологических изоляторов. Их можно также использовать для предсказания новых явлений и для создания на основе графена новых материалов с определенными физическими свойствами. Развитый в диссертации метод развернутых функций Грина имеет фундаментальную ценность. Его можно применять для решения широкого класса задач по вычислению квантовых транспортных свойств практически любых металлов с примесями произвольного вида. Особую значимость имеют также результаты о критических свойствах киральных металлов. Эти результаты дают хорошее количественное объяснение многим наблюдающимся свойствам таких материалов. Также ведущая организация отметила, что диссертация П. М. Островского представляет собой законченное научное исследование, выполненное на самом высоком уровне. Результаты этой работы дают объяснение многочисленным эффектам беспорядка в графене и других киральных металлах, значительно расширяют понимание явлений квантового транспорта в таких системах и закладывают основы и методы для дальнейших исследований в смежных областях теоретической физики. Материалы диссертации опубликованы в ведущих международных научных журналах и докладывались на многочисленных конференциях. Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации. Диссертация П. М. Островского «Электронные свойства неупорядоченного графена» соответствует критериям Положения о присуждении ученых степеней (Постановление Правительства РФ № 842 от 24.09.2013г.), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая

физика.

Соискатель имеет 58 опубликованных работ, в том числе 14 работ по теме диссертации, опубликованных в рецензируемых научных изданиях:

1. P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Electron transport in disordered graphene*, Phys. Rev. B **74**, 235443 (2006).
2. P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Quantum criticality and minimal conductivity in graphene with long-range disorder*, Phys. Rev. Lett. **98**, 256801 (2007).
3. P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Conductivity of disordered graphene at half filling*, Eur. Phys. J. Spec. Top. **148**, 63 (2007).
4. P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Theory of anomalous quantum Hall effects in graphene*, Phys. Rev. B **77**, 195430 (2008).
5. A. Schuessler, P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Analytic theory of ballistic transport in disordered graphene*, Phys. Rev. B **79**, 075405 (2009).
6. M. Titov, P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, A. Schuessler, and A. D. Mirlin, *Charge transport in graphene with resonant scatterers*, Phys. Rev. Lett. **104**, 076802 (2010).
7. M. Titov, P. M. Ostrovsky, and I. V. Gornyi, *Metallic proximity effect in ballistic graphene with resonant scatterers*, Semicond. Sci. Technol. **25**, 034007 (2010).
8. A. Schuessler, P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Full counting statistics in disordered graphene at the Dirac point: From ballistics to diffusion*, Phys. Rev. B **82**, 085419 (2010).
9. P. M. Ostrovsky, M. Titov, S. Bera, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Diffusion and criticality in undoped graphene with resonant scatterers*, Phys. Rev. Lett. **105**, 266803 (2010).
10. J. Schelter, P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, B. Trauzettel, and M. Titov, *Color-dependent conductance of graphene with adatoms*, Phys. Rev. Lett. **106**, 166806 (2011).
11. E. J. König, P. M. Ostrovsky, I. V. Protopopov, and A. D. Mirlin, *Metal-insulator transition in two-dimensional random fermion systems of chiral symmetry classes*,

- Phys. Rev. B **85**, 195130 (2012).
12. S. Gattenlöhner, W.-R. Hanne, P. M. Ostrovsky, I. V. Gornyi, A. D. Mirlin, and M. Titov, *Quantum Hall criticality and localization in graphene with short-range impurities at the Dirac point*, Phys. Rev. Lett. **112**, 026802 (2014).
  13. P. M. Ostrovsky, I. V. Protopopov, E. J. König, I. V. Gornyi, A. D. Mirlin, and M. A. Skvortsov, *Density of states in a two-dimensional chiral metal with vacancies*, Phys. Rev. Lett. **113**, 186803 (2014).
  14. S. Gattenlöhner, I. V. Gornyi, P. M. Ostrovsky, B. Trauzettel, A. D. Mirlin, and M. Titov, *Lévy flights due to anisotropic disorder in graphene*, Phys. Rev. Lett. **117**, 046603 (2016).

Основная часть результатов получена лично соискателем.

На диссертацию поступили только положительные отзывы. В них отмечается актуальность работы, важность полученных научных результатов и их новизна. В отзывах оппонентов и ведущей организации сделаны следующие критические замечания:

1. В диссертации автор сосредоточился на одночастичных эффектах в графене, анализ которых, безусловно, является краеугольным камнем для понимания электронного транспорта. Тем не менее, был бы уместен комментарий о том, в какой мере полученные результаты устойчивы к влиянию межэлектронного взаимодействия.
2. При обсуждении в главе 2 механизмов, приводящих к «универсальному» значению проводимости графена, уровень Ферми которого находится в дираковской точке, открытым остается вопрос, насколько предложенные автором модели могут объяснить наблюдаемое значение проводимости  $4e^2/h$  и отсутствие зависимости проводимости от температуры.
3. Неясно, могут ли полученные в разделах 6.2 и 6.6 результаты для плотности состояний (и, в частности, для «хвостов» плотности состояний) в неупорядоченном киральном металле быть выведены в рамках теории оптимальной флуктуации
4. В качестве недостатка диссертации можно указать некоторую неполноту

решения проблемы проводимости графена. Неупорядоченный графен рассматривается в ней как макроскопически однородный материал, и при этом игнорируются плавные флуктуации химического потенциала, связанные со случайностью распределения дефектов. Между тем, эти флуктуации могут играть важную роль вблизи точки Дирака.

5. Также в диссертации не содержится оценки величины минимума в зависимости фактора Фано от размеров графенового проводника.
6. Допускает ли удивительное совпадение функций распределения прозрачностей чистого графена в точке Дирака и в квазиодномерной проволоке в диффузионном режиме простое, но строгое физическое объяснение?
7. При рассмотрении баллистического образца графена с контактами, насколько допустимо описание рассеяния на сильной резонансной примеси с помощью T-матрицы, вычисленной для примеси в бесконечном пространстве? Не следует ли в пределе большой длины рассеяния (превышающей размер образца) учитывать при расчете самосогласованной T-матрицы граничные условия?
8. В третьей главе "квантовая" поправка к функции распределения прозрачностей в диффузионном пределе вычисляется с помощью нелинейной сигма-модели. Нельзя ли было вычислить эту "куперонную" поправку с помощью аналога крестовой техники, без использования сигма-модели?
9. Формулой Кубо для проводимости следовало бы называть выражение (1.20), проинтегрированное с производной от фермиевской функции распределения. Это различие исчезает в пределе низких температур, подразумеваемых в диссертации.
10. Ряд мелких замечаний, связанных с оформлением. В частности, сокращение  $R_N$  введено на стр. 89, но впервые использовано на стр. 52. В уравнении (2.17) пропущен знак логарифма. Для обратной транспонированной матрицы на стр. 113 использовано весьма необычное обозначение.

На все поступившие вопосы и замечания соискателем даны исчерпывающие ответы.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается тем, что официальные оппоненты являются высококвалифицированными специалистами в области мезоскопической физики и физики низкоразмерных систем, а ведущая организация — признанным научным центром в данной области.

Диссертационный совет отмечает, что совокупность выполненных соискателем исследований представляет собой самостоятельную законченную высококвалифицированную научную работу. На основе этих исследований разработано полное описание явлений квантового транспорта в неупорядоченном графене и других киральных металлах. Вычислена подвижность электронов и объяснены особенности квантового эффекта Холла в графене. Предложены новые теоретические концепции, такие как ренорм-групповое описание баллистического транспорта в графене и сигма-модели с  $Z_2$  топологическим тета-членом для дираковского гамильтониана. Разработаны высокоэффективные численные методы для точного вычисления транспортных свойств металлов с примесями с учетом всех квантовых вкладов. Предложена модель, корректно описывающая локализацию в киральных металлах при помощи взаимодействия вихрей в соответствующей эффективной низкоэнергетической теории поля. Найдены новые типы критического поведения плотности состояний в киральных металлах с вакансиями вблизи центра зоны.

Теоретическая значимость исследования обоснована следующими основными результатами, полученными в диссертации:

1. Построена полная симметричная классификация возможных типов примесей в графене. На ее основе развита теория квазиклассического транспорта вдали от дираковской точки. Примеси избирательно нарушают некоторые симметрии дираковского гамильтониана, что приводит к различному поведению плотности состояний и проводимости графена в зависимости от типа примесей и концентрации носителей.

2. Изучены транспортные свойства графена в дираковской точке при наличии кирального беспорядка. Явно вычислена минимальная проводимость графена в этом случае с точным учетом всех квантовых эффектов.
3. Построена теория электронного транспорта в графене с неперемешанными долинами. Показано, что особенности дираковского гамильтониана приводят к появлению топологических членов в действии сигма-модели и меняют локализационные свойства системы. В частности, продемонстрировано возникновение сигма-модели симплектического класса с тета-членом типа  $Z_2$  в случае плавного потенциального беспорядка. Этот дополнительный член делает локализационный переход невозможным.
4. Изучены транспортные свойства графена в поперечном магнитном поле. Выведена унитарная сигма-модель для произвольного параметра перемешивания долин. Найдена необычная связь между холловской проводимостью и топологическим углом тета, которая объясняет нечетное квантование холловской проводимости. Также показано, что при наличии кирального беспорядка квантование холловской проводимости в пределах нулевого уровня Ландау не происходит.
5. Подробно исследованы свойства чистого графена при двухконтактном измерении кондактанса. Найдена полная функция распределения прозрачностей как около дираковской точки, так и на больших энергиях. Рассмотрен металлический эффект близости — изменение локальной плотности состояний в графене вблизи контакта с металлом в зависимости от энергии и расстояния.
6. Развита последовательная теория баллистических эффектов слабого беспорядка. Найдена полная функция распределения коэффициентов прозрачности при наличии разных типов примесей. Также получена зависимость этой функции от энергии вблизи дираковской точки. Построена аналогичная теория в диффузном пределе и вычислены квантовые поправки к полной статистике переноса заряда.
7. Изучены свойства графена с резонансными потенциальными примесями.



Выведена точная формула, выражающая кондактанс графена как функцию положения каждой примеси. На основе этой формулы разработан чрезвычайно эффективный алгоритм численного моделирования транспортных свойств графена. Продемонстрирован переход из баллистического в диффузный режим и логарифмический рост кондактанса за счет эффектов антилокализации.

8. Построена теория электронного транспорта в графене с вакансиями. Показано, что значение кондактанса существенно зависит от распределения вакансий между шестью подрешетками. Проведено детальное сравнение аналитических результатов с численным моделированием транспортных свойств методом трансфер-матрицы. Найдены некоторые неустойчивые и устойчивые критические точки с разными значениями проводимости в зависимости от распределения вакансий. Продемонстрирован скейлинг между такими фиксированными точками.
9. Изучены транспортные свойства графена с сильными примесями во внешнем магнитном поле. Показано, что кондактанс графена может немонотонно зависеть от размеров образца вследствие различных точных или приближительных симметрий системы и соответствующих им фиксированных точек. В пределе самых больших размеров наблюдается либо полная локализация, либо критическое поведение, характерное для перехода квантового эффекта Холла, с проводимостью  $\sim 2e^2/h$ .
10. Построена квазиклассическая теория транспорта в графене с сильными примесями, расположенными в каждом третьем ряду шестиугольной решетки. Показано, что в этом случае электронный транспорт имеет супердиффузный характер в направлении рядов с проводимостью, которая растет пропорционально квадратному корню из длины образца. В то же время поперечная проводимость имеет обыкновенный диффузный характер и не меняется с длиной. Результаты подтверждены масштабным численным моделированием методом рекурсивных функций Грина.
11. Рассмотрены транспортные свойства двумерного кирального металла с

беспорядком. Предложен новый механизм локализации в таких системах, основанный на динамике вихрей в соответствующей сигма-модели.

Выведены критические свойства локализационного перехода. Также проанализирована структура вихрей, когда сигма-модель содержит дополнительные топологические члены. Показано, что в этом случае локализация при помощи вихрей становится неэффективной.

12. Построена теория квантовых эффектов в двумерном киральном металле с вакансиями. Показано, что классические флуктуации распределения вакансий между двумя подрешетками приводят к возникновению дополнительного релевантного члена в действии сигма-модели. Этот член радикально меняет критические свойства вблизи центра зоны. В частности, корреляционная длина расходится на малых энергиях  $\sim |\ln E|^{1/2}$ . Также показано, что плотность состояний имеет особенность в этой области и расходится по закону  $\sim E^{-1} |\ln E|^{-3/2}$ .

Значение полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что развитые в диссертационной работе методы могут быть использованы для описания широкого круга явлений в электронном транспорте в неупорядоченных двумерных и трехмерных электронных системах.

1. Построенная в диссертации классификация типов беспорядка в графене дает возможность определять характер примесей в экспериментально изучаемых образцах графена на основе их спектральных и транспортных характеристик в зависимости от концентрации носителей. Это позволяет устанавливать микроскопические свойства графена в различных экспериментальных условиях, а также предсказывать физические свойства графена для возможных разнообразных приложений в современной наноэлектронике.
2. Выведенные в диссертации матричные функции Грина в графене дают возможность вычислять характеристики баллистических образцов с любыми типами примесей, в том числе при наличии внешнего магнитного поля. Это также позволяет определить полную функцию распределения коэффициентов прохождения и тем самым вычислить любые транспортные

параметры, включая кондактанс и мощность дробового шума.

3. Разработанный в диссертации метод развернутых функций Грина позволяет с беспрецедентной эффективностью рассчитывать любые транспортные характеристики неупорядоченных металлов. Этот метод непосредственно обобщается для описания металлов с произвольным спектром и допускает включение любых типов примесей.
4. Построенная в диссертации теория локализации в двумерных киральных металлах на основе динамики вихрей в сигма-модели впервые объяснила наблюдаемые в таких системах переходы в состояние изолятора. Она также может быть применена для изучения локализации в двумерных образцах симплектической симметрии с достаточно сильным беспорядком. Это, в свою очередь, позволяет определить особенности критического состояния в переходе квантового спин-Холл эффекта и на поверхности трехмерных топологических изоляторов.
5. Развитая в диссертации теория локализации в киральных металлах с вакансиями объясняет наблюдаемые в таких системах необычные критические свойства. Она позволяет одновременно учитывать эффекты классических флуктуаций и квантовой интерференции. Подобная ситуация возникает в моделях любой пространственной размерности с киральной симметрией, а также в сверхпроводниках с нарушенной спиновой симметрией. В последнем случае мезоскопические флуктуации примесей тесно связаны с локализованными майорановскими состояниями и представляют непосредственный интерес для возможного применения таких материалов в реализации квантовых вычислений.

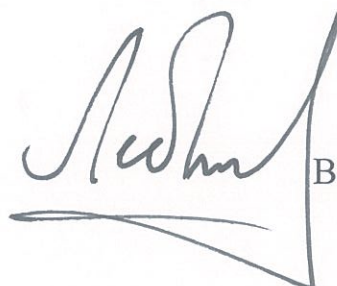
Достоверность результатов исследования подтверждается адекватным выбором формализма, основанного на применении наиболее продвинутых методов современной теоретической физики, включая симметричный анализ, метод функций Грина, сигма-модель, метод ренорм-группы. Некоторые результаты получены несколькими альтернативными способами. Во многих случаях проведено сравнение с имеющимися экспериментальными и численными

данными, в том числе полученными независимо другими авторами. В пользу высокой достоверности результатов также свидетельствует их внутренняя непротиворечивость

Личный вклад соискателя состоит в постановке задач, разработке оригинальных методов исследования, непосредственном проведении как аналитических расчетов, так и численного моделирования, описанных в диссертации.

На заседании 28.06.2019 диссертационный совет принял решение присудить Островскому П. М. ученую степень доктора физико-математических наук. При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 18 человек, из них 7 докторов наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, участвовавших в заседании, из 27 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за 18, против 0, недействительных бюллетеней 0.

Председатель  
диссертационного совета Д.002.207.01  
член-корр. РАН



В. В. Лебедев

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.002.207.01  
доктор физ.-мат. наук



П. Г. Гриневич

28 июня 2019 г.

М.П.

