

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ им. Л. Д. Ландау
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН)**

ПРИНЯТО
Ученым советом
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
(протокол от «18» марта 2022г. № 8)



Директор ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН
д.ф.-м.н., И. В. Колоколов

«18» марта 2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ К2.1В.ДВ.2.1
«Теория случайных матриц и ее приложения»**

По научной специальности: 1.3.3. Теоретическая физика

Уровень образования: Высшее образование - Подготовка кадров высшей
квалификации

Форма обучения – очная

Черноголовка 2022

Рабочая программа дисциплины по выбору «Теория случайных матриц и ее приложения» (К2.1В.ДВ.2.1) для Программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (далее – программа аспирантуры) ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН по научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика составлена в соответствии с требованиями следующих нормативных документов:

1. Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ "Об образовании в Российской Федерации" с изменениями на 30.12.2021г.
2. Федеральные государственные требования (ФГТ) к программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), утверждённые Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20.10.2021 № 951.
3. Приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24.02.2021 № 118 "Об утверждении номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, и внесении изменения в Положение о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, утвержденное приказом министерства образования и науки Российской Федерации от 10 ноября 2017 г. № 1093
4. Письмо ВАК от 13.05.2021 № 382-02 ВАК о Применении новой номенклатуры НС
5. Приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 03.06.2021 № 561 «О советах по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание учёной степени докторов наук»
6. Приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24.08.2021 № 786 "Об установлении соответствия направлений подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре) научным специальностям, предусмотренным номенклатурой научных

специальностей, по которым присуждаются ученые степени, утвержденной приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24 февраля 2021 г. № 118"

7. Программа-минимум кандидатских экзаменов по специальности Теоретическая физика и с учетом особенностей сложившейся в ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН научной школы

8. Паспорт научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика, разработанный экспертами ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Академии Наук.

9. Программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (далее – программа аспирантуры) ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН

Автор/составитель ФОС по дисциплине:

д.ф.-м.н., в.н.с.

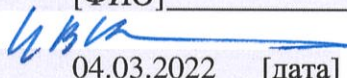
_____ Я.В. Фёдоров

«10» марта 2022 г.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

СОГЛАСОВАНО

Директор [должность]
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
Колоколов И.В., д.ф.-м.н. проф.
[ФИО]


04.03.2022 [дата]

СОГЛАСОВАНО

д.ф.-м.н., зам. директора [должность]
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
Бурмистров И.С. [ФИО]

11.03.2022 [дата]

СОГЛАСОВАНО

д.ф.-м.н., зам. директора [должность]
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
Фоминов Я.В. [ФИО]

11.03.2022 [дата]

1. Паспорт научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика

Область науки:

1. Естественные науки

Группа научных специальностей:

1.3. Физические науки

Наименование отрасли науки, по которой присуждаются ученые степени:

физико-математические науки

Шифр научной специальности:

1.3.3. Теоретическая физика

Направления исследований:

1. Теория фундаментальных взаимодействий и квантовая теория поля. Изучение явлений на малых масштабах и при больших энергиях. Разработка математических методов теории поля. Объединенные модели фундаментальных взаимодействий. Супергравитация и теория суперструн, модели с дополнительными измерениями, AdS/CFT соответствие, голографические модели.
2. Физические свойства материи и пространства-времени во Вселенной. Классическая и квантовая космология и гравитация. Свойства вакуума, темная энергия. Общая теория относительности и ее расширения.
3. Релятивистская астрофизика.
4. Стандартная модель фундаментальных взаимодействий элементарных частиц и ее расширения, обусловленные проблемой темной материи, физикой нейтрино и другими феноменологическими проблемами.
5. Теория конденсированного состояния классических и квантовых, макроскопических и микроскопических систем. Изучение различных состояний вещества и физических явлений в них. Статистическая физика, квантовая и классическая кинетическая теория.

6. Общие вопросы квантовой механики: основы, теория измерений, общая теория рассеяния. Квантовая теория физических явлений в ядрах, атомах и молекулах.
7. Разработка методов описания адронного вещества и кварк-глюонной плазмы в приложении к процессам в столкновениях ядер, в компактных астрофизических объектах, в ранней Вселенной и в других системах.
8. Симуляции процессов на решетке.
9. Разработка теории мезоскопических систем. Квантовая информатика, квантовые компьютеры, физические модели когнитивных процессов.
10. Развитие теории и исследования общих свойств и закономерностей неравновесных систем. Разработка теории хаоса и турбулентности.

Смежные специальности (в рамках группы научной специальности)¹:

- 1.3.1. – Физика космоса, астрономия
- 1.3.15.– Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий
- 1.3.8. – Физика конденсированного состояния
- 1.3.16. Атомная и молекулярная физика
- 1.1.2. – Дифференциальные уравнения и математическая физика
- 1.3.10 – Физика низких температур
- 1.3.11 – Физика полупроводников
- 1.3.12 – Физика магнитных явлений

¹Для рекомендации научных специальностей в создаваемых диссертационных советах

2. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью изучения настоящей дисциплины является подготовка квалифицированных научных кадров в области теоретической физики, способных вести научно-исследовательскую работу, самостоятельно ставить и решать актуальные научные и практические задачи.

Задачи дисциплины включают формирование у аспирантов системы знаний и основных понятий по применениям теории случайных матриц и развитие способности к научно-исследовательской работе и выработку потребности к самостоятельному приобретению знаний по теоретической физике.

3. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры по научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Дисциплина «Теория случайных матриц и ее приложения» (К2.1В.ДВ.2.1) относится к элективным дисциплинам К2.1.В.ДВ.2 вариативной части Компонента 2 «Образовательный компонент». Программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (далее – программа аспирантуры) ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН по научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Программа курса предполагает изложение основ теории случайных матриц и рассмотрение ее приложений как к некоторым задачам физики неупорядоченных систем, так и к задачам теории информации. В этом качестве будут рассмотрены следующие вопросы а) простейшие варианты задачи выделения сигнала из зашумленных данных (б) задача статистики минимумов и седловых точек случайных энергетических поверхностей в пространстве большого числа измерений (в) изучение статистических свойства матрицы рассеяния хаотической квантовой системы. Основной текст существенно дополняется упражнениями и задачами, приведенными в конце каждой лекции.

4. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

<i>Общепрофессиональные компетенции:</i>	
ОПК-1	способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области теоретической физики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
<i>Универсальные компетенции:</i>	
УК-1	способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
<i>Профессиональные компетенции</i>	
ПК-А	способностью самостоятельно выделять различные физические механизмы в физическом феномене, подбирать адекватные модели для описания этих механизмов (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-В	способностью применять на практике базовые общепрофессиональные знания теории и методов теоретической физики, в том числе микроскопическое и феноменологическое описание, теорию возмущений и диаграммный методы (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-Г	способность применять различные математические методы, такие как ТФКП, решение дифференциальных уравнений,

	применение теории групп, диаграммная техника, при исследовании математических уравнений
ПК-Д	готовность сотрудничать с экспериментальными группами по планированию физических экспериментов и анализу полученных экспериментальных данных, способностью выделять в экспериментальной ситуации отдельные физические феномены и составлять адекватную математическую модель, описывающую эти феномены (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-Е	готовность к дальнейшему самообразованию и расширению компетенции, способностью локализовать общие принципы теоретической физики для нового физического феномена (в соответствии с профилем подготовки)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

Знать:

- основополагающие сведения по теории случайных матриц, а именно: резольвентный метод, метод ортогональных полиномов, метод больших уклонений, основы репличного и суперсимметричного подхода, метод дайсоновского броуновского движения, интеграл Ициксона-Зюбера
- основы «ландшафтного» описания классических неупорядоченных систем стекольного типа и его связь с нарушением репличной симметрии в таких системах
- основные статистические характеристики матрицы рассеяния в квантовых хаотических системах
- основы метода восстановления сигнала по зашумленной копии

Уметь:

- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- анализировать данные эксперимента и сопоставлять теоретические предсказания и экспериментальные результаты;
- делать качественные выводы при анализе асимптотических режимов в изучаемых проблемах;
- осваивать новые предметные области и теоретические модели;
- пользоваться адекватным математическим аппаратом при решении практических задач;
- эффективно использовать IT-технологии и компьютерную технику;
- конструировать физические подходы, способные описывать физические явления.

Владеть:

- навыками построения минимальных моделей, описывающих интересующие аспекты изучаемого физического явления;
- методами и оперировать основными понятиями теории случайных матриц и статистическими моделями теории неупорядоченных систем, как квантовых, так и классических, что позволяет решать необходимые задачи на современном уровне.

5. Объем дисциплины, виды учебной работы и форма отчетности

<i>Вид учебной работы</i>	<i>Часов</i>	<i>ЗЕТ</i>
Общая трудоемкость дисциплины	90	2.5
Аудиторные занятия:	83	2.3
лекции	47	1.3
самостоятельная работа	36	1
Контроль	7	0.2

Форма отчетности: зачет с оценкой

6. Содержание и структура дисциплины

6.1 Учебный план по дисциплине

<i>№</i>	<i>Название тем</i>	<i>Всего</i>
1	Основы теории случайных матриц	49
2	Некоторые приложения теории случайных матриц	41
Итого часов		90

Самостоятельная работа заключается в разборе задач и упражнений по курсу.

6.2 Содержание лекционного курса

I. Основы теории случайных матриц

Тема 1. Гауссовский и Вишартовский ансамбли: резольвентный метод

Краткий обзор спектральной теории самосопряженных матриц. Определение гауссовских ансамблей GUE, GOE and GSE. Ансамбль Вишарта. Резольвента и ее самоусредняемость, преобразование Стильтьеса. Полуциркулярный закон для гауссовских матриц и распределение Марченко-Пастура для вишартовских.

Тема 2. Унитарно-инвариантные ансамбли: метод ортогональных полиномов

Диагонализация и совместная функция распределения собственных значений.

Корреляционные функции собственных значений в методе ортогональных полиномов, формула Кристоффеля-Дарбу. Асимптотика Планшереля-Ротаха и универсальное дайсоновское ядро. Скейлинг на краю

спектра и функции Эйри. Корреляционные функции характеристических полиномов.

Тема 3. Метод кулоновского газа

Интерпретация собственных значений как системы классических зарядов. Бета-ансамбль: трехдиагональная случайно-матричная модель Думитроу-Эдельмана.

Равновесная конфигурация зарядов в термодинамическом пределе и малые флуктуации.

Большие отклонения для крайних собственных значений. Распределение Трейси-Видома.

Тема 4. Дайсоновское броуновское движение.

Теория возмущений для собственных значений и векторов. Стохастическое уравнение для собственных значений. Уравнение Бюргерса для резольвенты. Уравнение Фоккера-Планка. Система непересекающихся броуновских траекторий и формула Карлина-Макгрегора.

Тема 6. Суперсимметричный подход и связанные вопросы

Корреляционные функции характеристических полиномов: нелинейная сигма-модель и альтернативные формулировки. Интеграл Ициксона-Зюбера. Пример: распределение локальной плотности состояний.

II. Некоторые приложения теории случайных матриц

Тема 7. Восстановления образа по зашумленной копии

Простейшая модель аддитивно зашумленного сигнала известной мощности. Восстановление методом наименьших квадратов как поиск старшего собственного значения случайной матрицы. Связь с «локальной» плотностью состояний. Порог Байка-БенАруса-Пеше. Модель линейно-

кодированного сигнала с аддитивным зашумлением при передаче. Восстановление методом квадратичной оптимизации. Теория возмущений для слабого и сильного шума и ансамбль Вишарта. Непертурбативное решение проблемы методом статистической механики: введение в метод реплик

Тема 8. Простейшие оптимизационный ландшафты; сферическая модель спинового стекла с парным гаусовским взаимодействием и ее вишартовский аналог.

$p=2$ сферическая модель с нулевым магнитным полем: динамика и термодинамика в случайно-матричном подходе. Эффект конечного магнитного поля: репличный подход.

Тривиализация энергетического ландшафта в магнитном поле: метод Каца-Райса.

Оптимизационные ландшафты в методе наименьших квадратов: вишартовский аналог сферической модели.

Тема 9. Сложные ландшафты с экспоненциальным числом стационарных точек.

Сферическая модель с многоспиновым взаимодействием: тривиализация энергетического ландшафта в конечном поле. Тривиализация в модели одной частицы в многомерном случайном потенциале параболическом в среднем. Свойства гессиана в глобальном минимуме. Депиннинг упругой линии в случайном потенциале под действием внешней силы как пример тривиализации ландшафта.

Тема 10. Статистика рассеяния в квантовой хаотической системе: метод эффективного гамильтониана.

Матрице рассеяния в хаотической системе в терминах K -матрицы Вигнера и в терминах случайного эффективного гамильтониана. Гейдельбергский подход. Время задержки Вигнера и полюса матрицы рассеяния. Одноканальное отражение как простейшая модель, позволяющая

полный анализ. Статистика времен задержки в хаотической системе без потерь, связь с статистикой волновых функций. Среднее время задержки в системе с однородным поглощением и статистика резонансов в комплексной плоскости. Неортогональность собственных векторов и ее физические проявления. Краткое обсуждение результатов для многоканального случая.

Тема 11. Статистика рассеяния в квантовой хаотической системе: метод случайной матрицы рассеяния.

Метод максимизации энтропии. Ядро Пуассона и его связь с гейдельберговским подходом. Задача отражения в квазиодномерном образце с однородным поглощением как пример ДМПК подхода. Связь с распределением полюсов матрицы рассеяния.

7. Самостоятельная работа аспирантов

Используются виды самостоятельной работы аспиранта: в читальном зале библиотеки, в учебных кабинетах, на рабочих местах с доступом к ресурсам Интернет и в домашних условиях. Порядок выполнения самостоятельной работы соответствует программе курса и контролируется собеседованием. Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, а также конспекты лекций.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

Контрольные вопросы для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины совпадают с пунктами содержания лекционного курса.

9. Пример экзаменационного билета

1. Вывод плотности собственных значений вишартовских матриц. Выделения сигнала из зашумленной копии для простейшей модели.

2. Метод эффективного гамильтониана в теории хаотического рассеяния. Время задержки Вигнера и его статистика в одноканальной системе.

После окончания курса аспирантам дается набор вопросов для зачета.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

10.1.1 Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (обязательная литература)

[1] M. Potters and J.-P. Bouchaud. A First Course in Random Matrix Theory. Cambridge University Press, 2021

[2] Y. V. Fyodorov. High-dimensional random fields and random matrix theory. Markov Processes Related Fields 21(3):483{518 (2015).

[3] Y.V. Fyodorov and D.V. Savin. Resonance scattering of waves in chaotic systems. in: The Oxford Handbook of Random Matrix Theory, edited by G. Akemann et al. (Oxford University Press, 2011), pp. 703--722

10.1.2 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (дополнительная литература)

[1] P. A. Mello and N. Kumar. Quantum Transport in Mesoscopic Systems. Complexity and Statistical Fluctuations: a maximal entropy viewpoint, Oxford University Press, 2010

[2] Y.~V. Fyodorov and H.-J. Sommers. Statistics of resonance poles, phase shifts and time delays in quantum chaotic scattering: Random matrix approach for systems with broken time-reversal invariance. J. Math. Phys. 38, Issue 4, 1918--1981 (1997)

10.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- On-line доступ к журналам [Physical Review Journals](#) (American Physical Society (из подписки ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН)).
- Доступ к ресурсам БЕН РАН (по договору ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН).
- Доступ к НЭБ (свободный доступ)

10.3 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

10.4 Материально-техническое обеспечение дисциплины

- аудиторный фонд ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН;
- ноутбук, мультимедийный проектор, экран;
- рабочее место с выходом в Интернет;
- библиотечный фонд ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
- библиотечные фонды БЕН РАН и НЭБ (по договору ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН)

11. Обеспечение электронной информационно-образовательной средой для освоения дисциплины в полном объёме независимо от места нахождения обучающегося (при необходимости)

- электронные информационные и образовательные ресурсы ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН - ЭИС ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН