

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ им. Л. Д. Ландау
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН)**

ПРИНЯТО
Ученым советом
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
(протокол от 10 сентября 2021г. № 24_)



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН
д.ф.-м.н., И. В. Колоколов
«10» сентября 2021г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОБЯЗАТЕЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.ОД.2
«Квантовая механика»**

По направлению подготовки: 03.06.01 Физика и астрономия
По направленности подготовки: 01.04.02 теоретическая физика
(1.3.3. Теоретическая физика)
Уровень образования: Подготовка кадров высшей квалификации
Квалификация: Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения – очная

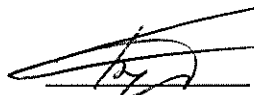
Черноголовка 2021

Рабочая программа обязательной дисциплины «Квантовая механика» (Б1.В.ОД.2) для основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОПОП ВО) подготовки кадров высшей квалификации по направлению подготовки 03.06.01 Физика и астрономия по направленности подготовки 01.04.02 теоретическая физика (1.3.3. Теоретическая физика) составлена в соответствии с требованиями следующих нормативных документов:

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования «Подготовка кадров высшей квалификации» по направлению подготовки кадров высшей квалификации 03.06.01 ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ (ФГОС ВО), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.07.2014 №867 с изменениями и дополнениями от 30.04.2015 г.
2. Паспорт научной специальности 01.04.02 Теоретическая физика разработанный экспертами ВАК Минобрнауки РФ в рамках Номенклатуры специальностей научных работников, утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 25.02.2009 г. № 59
3. Программа-минимум кандидатских экзаменов по специальностям 01.04.02 теоретическая физика и 01.04.07 физика конденсированного состояния с учетом особенностей сложившейся в ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН научной школы
4. Приказ Минобрнауки России от 04.02.2021 № 118 "Об утверждении номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, и внесении изменения в Положение о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, утвержденное приказом министерства образования и науки Российской Федерации от 10 ноября 2017 г. № 1093
5. Письмо ВАК от 13.05.2021 № 382-02 ВАК о Применении новой номенклатуры НС
6. Приказ Минобрнауки России от 03.06.2021 № 561 о «О советах по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание учёной степени докторов наук»

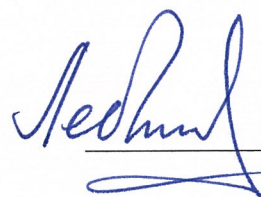
Автор/составитель ФОС по дисциплине:

д.ф.-м.н.,
10 сентября 2021 г.

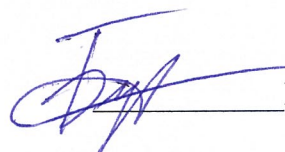
 И. С. Бурми́стров

«Согласовано»:


Г.н.с. ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН
Член-корр. РАН, д.ф.-м.н.


В.В. Лебедев

Зам. Директора по научной работе
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН
д.ф.-м.н.


И.С. Бурмистров

Декан, профессор Факультета физики НИУ ВШЭ
д.ф.-м.н.


М.Р. Трунин

2. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью изучения настоящей дисциплины является подготовка квалифицированных научных кадров в области теоретической физики, способных вести научно-исследовательскую работу, самостоятельно ставить и решать актуальные научные и практические задачи.

Задачи дисциплины включают формирование у аспирантов системы знаний и основных понятий по современной теории калибровочных полей и развитие способности к научно-исследовательской работе и выработку потребности к самостоятельному приобретению знаний по теоретической физике.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО по направлению подготовки кадров высшей квалификации 03.06.01 ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ

Дисциплина «Квантовая механика» (Б1.В.ОД.2) относится к обязательным дисциплинам вариативной части Блока 1 «Дисциплины» основной профессиональной образовательной программы аспирантуры по направлению подготовки 03.06.01 физика и астрономия по направленности (наименование) подготовки 01.04.02 теоретическая физика.

Программа курса состоит из двух частей. Первая часть посвящена, в основном, электронным свойствам неупорядоченных материалов. Подробно рассматриваются свойства различных систем в диэлектрической фазе (хвосты плотности состояний, прыжковая проводимость, кулоновская щель). Обсуждаются эффекты слабой локализации в металлической фазе (магнитосопротивление, сбой фазы, размерные эффекты), а также свойства волновых функций вблизи локализационного перехода. В заключение описываются некоторые мезоскопические эффекты. Вторая часть посвящена изложению теории квантового эффекта Холла.

4. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Общепрофессиональные компетенции:	
ОПК-1	способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области теоретической физики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Универсальные компетенции:	
УК-1	способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
Профессиональные компетенции	
ПК-А	способностью самостоятельно выделять различные физические механизмы в физическом феномене, подбирать адекватные модели для описания этих механизмов (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-В	способностью применять на практике базовые общепрофессиональные знания теории и методов теоретической физики, в том числе микроскопическое и феноменологическое описание, теорию возмущений и диаграммный методы (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-Г	способность применять различные математические методы, такие как ТФКП, решение дифференциальных уравнений, применение теории групп, диаграммная техника, при исследовании математических уравнений
ПК-Д	готовность сотрудничать с экспериментальными группами по планированию физических экспериментов и анализу полученных экспериментальных данных, способностью выделять в экспериментальной ситуации отдельные физические феномены и составлять адекватную математическую модель, описывающую эти феномены (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-Е	готовность к дальнейшему самообразованию и расширению компетенции, способностью локализовать общие принципы теоретической физики для нового физического феномена (в соответствии с профилем подготовки)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные физические явления, относящиеся к физике неупорядоченных систем и квантовому эффекту Холла;
- основные теоретические методы описания неупорядоченных систем, в том числе в режиме квантового эффекта Холла;

уметь:

- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- делать корректные выводы из сопоставления теоретических и экспериментальных результатов;
- выделять минимально достаточную систему определяющих параметров при моделировании реальных физических процессов;
- делать качественные выводы при анализе асимптотических режимов в изучаемых проблемах;
- осваивать новые предметные области и теоретические модели;
- пользоваться адекватным математическим аппаратом при решении практических задач;
- эффективно использовать IT-технологии и компьютерную технику;
- стремиться к построению фундаментальных физических теорий, способных объяснять и предсказывать качественно новые физические явления.

владеть:

- методами теоретического описания неупорядоченных систем:
- метод оптимальной флуктуации;
- методы теории перколяции;
- метод крестовой диаграммной техники;
- метод нелинейной сигма-модели;

5. Объем дисциплины, виды учебной работы и форма отчетности

Вид учебной работы	Часов	ЗЕТ
Общая трудоемкость дисциплины	108	3
Аудиторные занятия:	42	1.17
лекции	42	1.17
Самостоятельная работа	59	1.64
Контроль	7	0.19

Форма отчетности: зачет с оценкой.

6. Содержание и структура дисциплины

6.1. Учебный план по дисциплине

№	Название тем	Количество часов				Всего
		лек.	семинары	СР	К	
1.	Квантовая теория неупорядоченных систем	24	-	39	4	67
2.	Теория квантового эффекта Холла	18	-	20	3	41
	Итого часов:	42	-	59	7	108

Самостоятельная работа заключается в разборе задач и упражнений по курсу.

6.2. Содержание лекционного курса

Часть 1. Квантовая теория неупорядоченных систем

1 Беспорядок в кристаллах

1. Динамический и замороженный беспорядок: усреднение по времени и усреднение по ансамблю.
2. Кристаллы, жидкости, стекла, сплавы, магнитные системы. Дальний и ближний порядок.

2 Невзаимодействующие электроны: модель Андерсона

1. Различные варианты модели Андерсона
2. Плотность состояний: общие свойства.
3. Плотность состояний: сильный беспорядок, локализованные состояния.
4. Плотность состояний: слабый беспорядок, плоские волны и их слабое рассеяние.

3 Плотность состояний в модели Андерсона

1. Модель Ллойда: точное выражение для средней плотности состояний.
2. Экспоненциально малая плотность состояний в модели Андерсона вблизи границы спектра: идея оптимальной флуктуации.
3. Развитие идеи оптимальной флуктуации, определение численного фактора в показателе экспоненты.

4 Хвосты плотности состояний для случая гауссова случайного потенциала. Метод оптимальной флуктуации.

1. Гауссов случайный потенциал, корреляционная функция и корреляционный радиус, определение средней плотности состояний.
2. Метод оптимальной флуктуации, формулировка общей задачи на условный экстремум, вывод нелинейного уравнения Шредингера.
3. Случай белого шума (“ближний хвост”), сведение к универсальной безразмерной задаче.
4. Случай белого шума: точное решение в одномерном случае.

5 Хвосты плотности состояний – продолжение.

1. Случай плавного потенциала (“дальний хвост”) – точное решение.
2. Предэкспоненциальный множитель в средней плотности состояний: построение Гауссова функционального интеграла.
3. Полносимметричная мода, нулевые моды и их вклад в предэкспоненциальный множитель.

6 Модель Лифшица -- 1

1. Построение модели. Металлический и диэлектрический пределы.
2. Спектр, собственные состояния и плотность состояний в металлическом случае.
3. Спектр и собственные состояния в диэлектрическом случае. Парное приближение, резонансные и нерезонансные уровни.

7 Модель Лифшица -- 2

1. Плотность состояний в диэлектрическом пределе. Случай большого парного расщепления (“ближний хвост”)
2. “Дальний хвост” и коллективные оптимальные флуктуации.
3. Центральный провал в плотности состояний.
4. Плотность состояний при очень малых энергиях: неприменимость парного приближения.

8 Реалистическая модель: слабо легированный полупроводник.

1. Доноры и акцепторы. Случайный потенциал и плотность состояний в случае малой и большой степени компенсации.
2. Механизмы переноса заряда в слаболегированном полупроводнике.
3. Умеренно низкие температуры: качественное описание прыжковой проводимости по ближайшим соседям.
4. Очень низкие температуры: качественное описание проводимости с переменной длиной прыжка.

9 Прыжковая проводимость

1. Прыжки электронов между примесями, сопровождаемые поглощением или излучением фононов. Сетка сопротивлений Миллера-Абрахамса.
2. Применение теории перколяции. Зависимость проводимости от температуры и концентрации примесей в режиме проводимости по ближайшим соседям.
3. Проводимость с переменной длиной прыжка, закон Мотта. Качественный вывод (для различных размерностей d). Эффективная $d+1$ -мерная перколяционная модель и количественный вывод закона Мотта.

10 Прыжковое магнитосопротивление

1. Туннелирование в магнитном поле. Квазиклассический характер волновых функций и деформация “поверхностей постоянного действия” магнитным полем.
2. Модификация сетки Миллера-Абрахамса в магнитном поле и вычисление магнитосопротивления с помощью теории перколяции. Пределы слабого и сильного полей. Анизотропия магнитосопротивления.
3. Магнитосопротивление в режиме проводимости с переменной длиной прыжка.

11 Корреляционные эффекты в слабо легированном полупроводнике.

1. Эффекты электрон-электронного взаимодействия: пошаговая процедура минимизации классической электростатической энергии. Первое приближение: фермиевское заполнение одночастичных состояний.
2. Второе приближение: парные корреляции. Кулоновская щель в плотности состояний. Роль высших приближений.
3. Различные сценарии многочастичных эффектов в проводимости. Закон Эфроса-Шкловского для проводимости с переменной длиной прыжка.

12 Эффекты подбарьерного рассеяния в прыжковой проводимости.

1. Влияние подбарьерного рассеяния на декремент локализованной волновой функции.

2. Подавление положительного магнитосопротивления подбарьерным рассеянием.
3. Интерференционные явления: эффект Ааронова-Бома, отрицательное магнитосопротивление.

13 Локализационный переход.

1. Андерсоновская локализация в модели Андерсона. Край подвижности. Локализованные и делокализованные состояния: чем они отличаются друг от друга?
2. Структура волновых функций вблизи порога подвижности. Длина локализации. Мультифрактальность.

14 Эффекты слабой локализации.

1. Пределы применимости классической теории проводимости металлов. Квантовая интерференция актов рассеяния (качественное рассмотрение). Самопересекающиеся пути и их вклад в интерференционные члены.
2. Диффузионный пропагатор и его физическая интерпретация. Последовательность диаграмм, отвечающая первой квантовой поправке: Куперон и его физическая интерпретация. Расходимость квантовой поправки к проводимости в пространстве низкой размерности. Процессы сбоя фазы и инфракрасное обрезание.
3. Граничные условия для Куперона и размерные эффекты. Размерный кроссовер.
4. Отрицательное магнитосопротивление: вывод и физическая интерпретация. Осцилляции магнитосопротивления тонкого металлического цилиндра в диффузионном режиме (эксперимент Шарвина и Шарвина).
5. Квантовые поправки к кондактансу диффузионного S-N-S контакта. Роль андреевского отражения.

15 Процессы, приводящие к сбою фазы

1. Неупругие процессы и их роль в сбое фазы. Время сбоя фазы за счет квазиупругих процессов.
2. Электрон-электронные столкновения: баллистический и диффузионный режимы. Применимость теории Ферми-жидкости к грязным металлам.
3. Влияние электрон-электронных столкновений на плотность состояний. Аномалия на поверхности Ферми (zero bias anomaly).

16 Мезоскопика -- 1

1. Мезоскопический масштаб. Отсутствие самоусреднения.
2. Когерентный транспорт: Формула Ландауера для проводимости в двухконтактной конфигурации. Роль неупругих процессов. Четырехконтактная конфигурация.

17 Мезоскопика -- 2

3. Баллистический кондактанс адиабатического сужения. Квантование кондактанса.

4. Когерентный транспорт: последовательное соединение кондактансов. Неаддитивность сопротивления и одномерная локализация. Параллельное соединение кондактансов.

Часть 2. Теория квантового эффекта Холла

18. Элементарное описание целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ)

1. Элементарная теория ЦКЭХ. Экспериментальное наблюдение квантования холловской проводимости.
2. Двумерный газ в кремниевом МОП-транзисторе и инверсионных слоях. Холловская проводимость электронного газа. Классическое рассмотрение.
3. Краевые состояния и калибровочный аргумент Лафлина.
4. Влияние одной примеси на холловский ток.

19. ЦКЭХ в плавном и δ -коррелированном случайном потенциале

1. Классическая перколяция в плавном потенциале.
2. Учет квантового туннелирования. Модель Чалкера-Коддингтона.
3. Хвосты плотности состояний. Холловский изолятор. Прыжковая проводимость на плато.

20. Репличная нелинейная σ -модель для ЦКЭХ

1. Топологический член и топологический заряд.
2. Эффективное действие для края.
3. Инстантоны и их вклад в статистическую сумму.
4. Делокализованное состояние при полуцелой холловской проводимости.
5. Левитация делокализованных состояний и квантово-холловские осцилляции
6. Мультифрактальность в ЦКЭХ

21. Дробный квантовый эффект Холла

1. Состояния Лафлина и пробная волновая функция
2. Описание в рамках конформной теории поля
3. Теория киральной жидкости Латтинжера для краевых возбуждений

4. Композитные фермионы

7. Самостоятельная работа аспирантов

Используются следующие виды самостоятельной работы аспиранта: в читальном зале библиотеки, в учебных кабинетах, на рабочих местах с доступом к ресурсам Интернет и в домашних условиях. Порядок выполнения самостоятельной работы соответствует программе курса и контролируется собеседованием. Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, а также конспекты лекций.

8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

Текущий контроль успеваемости осуществляется с помощью сдачи двух домашних заданий, каждое из которых состоит из 16 задач.

Пример задач из первого задания:

ЗАДАЧА 1

Вычислить поляризационный оператор в диффузионном приближении

ЗАДАЧА 2

Вычислить время сбоя фазы электрона в грязной квантовой точке за счет электрон-электронного взаимодействия.

Пример задачи из второго задания:

ЗАДАЧА 1

Вычислить скорость краевой моды, соответствующей пересечению химпотенциала с n -ым уровнем Ландау.

ЗАДАЧА 2

Вычислить мезоскопические флуктуации локальной плотности состояний электронов в сильном магнитном поле в металлической области.

8.1. Пример экзаменационного билета

БИЛЕТ 1:

1. Теория Ферми-жидкости для грязного металла.
2. Роль инстантонов в квантовании холловской проводимости.

БИЛЕТ 2:

1. Андерсоновская локализация и порог подвижности.
2. Лафлиновская пробная функция основного состояния дробного квантового эффекта Холла.

После окончания курса студентам дается набор вопросов для зачета с оценкой.

Контрольные вопросы совпадают с пунктами содержания лекционного курса.

Полный перечень задач приведен в Приложении 1.

Оценка за курс выставляется по следующей формуле:

$$(X+Y+2Z)/4$$

где X - оценка за первое домашнее задание, Y - оценка за второе домашнее задание, Z - оценка за экзамен.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

9.1. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

- [1] В.Ф. Гантмахер, Электроны в неупорядоченных средах, М., Физматлит, 2003.
- [2] Б.И. Шкловский, А.Л.Эфрос, Электронные свойства легированных полупроводников, М.: Наука, (1979).
- [3] И.М. Лифшиц, С.А.Гредескул, Л.А.Пастур, Введение в теорию неупорядоченных систем, Москва, Физматлит, (1982).
- [4] А.А. Абрикосов, Основы теории металлов, М., Физматлит, 2003.
- [5] А.А. Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Москва (1998).
- [6] B.L. Altshuler, A.G.Aronov, Electron-electron interactions in disordered Conductors, in: Electron-electron interactions in disordered systems, eds. A.L.Efros, M.Pollak, North-Holland, Amsterdam, (1985).
- [7] Й. Имри, Введение в мезоскопическую физику, Москва, Физматлит, (2002).
- [8] R. Laughlin, Phys. Rev. B 23, 5632 (1981)
- [9] B. Halperin, Phys. Rev. B 25, 2185 (1982)
- [10] D.B. Chklovskii, B.I. Shklovskii, L.I. Glazman, Phys. Rev. B 46, 4026 (1992)

- [11] Э.М. Баскин, Л.И. Магрилл, М.В. Энтин, ЖЭТФ 75, 723 (1978)
- [12] R.E. Prange, Phys. Rev. B 23, 4802 (1981)
- [13] S.A. Trugman, Phys. Rev. B 27, 7539 (1983)
- [14] H.A. Fertig, Phys. Rev. B 38, 996 (1988)
- [15] Г.В. Мильников, И.М. Соколов, Письма в ЖЭТФ, 48, 494 (1988)
- [16] Л.Б. Иоффе, А.И. Ларкин, ЖЭТФ 81, 1048 (1981)
- [17] И.С. Бурмистров, Введение в теорию целочисленного квантового эффекта Холла, Издательство ИПФХ РАН, 2015 г., ISBN 978-5-9906159-1-5

9.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

См. список литературы

9.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

On-line доступ к журналам «Журнал экспериментальной и теоретической физики», «Письма в ЖЭТФ», к журналам: Physical Review Journals Published by the American Physical Society, к некоторым публикациям издательств Elsevier и Springer/Nature Publishing Group (из подписки ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН).

9.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

аудиторный фонд ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН;

ноутбук, мультимедиа-проектор, экран;

рабочее место с выходом в Интернет;

библиотечный фонд ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН

Полный перечень задач приведен для зачета с оценкой.

Задание 1.

Задача 1. В объеме V случайным образом расположены N примесей. Считая, что вероятность для примеси оказаться в точке \mathbf{r}_a равна $1/V$ и не зависит от остальных примесей, доказать, что в термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty, V \rightarrow \infty$ так, что концентрация $n = N/V$ остается постоянной, выполняется следующая формула:

$$\left\langle \prod_{a=1}^N e^{f(\mathbf{r}_a)} \right\rangle = \exp \left[n \int d^d \mathbf{r} (e^{f(\mathbf{r})} - 1) \right]$$

где $f(\mathbf{r})$ заданная функция.

Задача 2. Найти как соотносятся между собой ширина циклотронного резонанса, расстояние между уровнями Ландау и их ширина Γ в случае уровней Ландау слабо уширенных беспорядком.

Задача 3. Для электронов в двойной квантовой яме найти возмущение электронной плотности в первой яме при приложении внешнего поля к электронам во второй яме. Считать ямы узкими, а расстояние между ними большим по сравнению с ширинами ям. Считать коэффициенты диффузии и плотности состояний в каждой из ям известными. Туннелирования электронов между ямами нет.

Задача 4. В момент времени $t = 0$, в двумерную квантовую точку в виде круга радиуса R , добавляют электрон в центр. Считая коэффициент диффузии известным оценить чему будет равна плотность заряда в центре на временах больших обратной энергии Таулесса.

Задача 5. Найти вероятность возврата электрона в точку $r = 0$ после рассеяния на 2-х, 3-х и т.д. примесях. Считать, что вероятность найти электрон в точке r_2 после рассеяния на примеси в точке r_1 равна $P(|r_2 - r_1|) = [1/(2\pi|r_2 - r_1|l)] \exp(-|r_2 - r_1|/l)$, где l – это длина свободного пробега. Считать, что рассеяние на примеси изотропное и электрон после рассеяния полностью забывает предысторию.

Задача 6. Оценить скорость неупругого рассеяния в грязном металле для случая динамически экранированного кулоновского взаимодействия.

Задача 7. Оценить скорость неупругого рассеяния в грязном металле для случая динамически экранированного короткодействующего взаимодействия.

Задача 8. Оценить величину ферми-жидкостной константы взаимодействия в триплетном канале F_t в двумерной электронной системе. Считать, что выполнено условие $\kappa/k_F \ll 1$, где κ – обратная длина статической экранировка.

Задача 9. Оценить скорость неупругого рассеяния в квантовой точке с большой энергией Таулесса для случая динамически экранированного кулоновского взаимодействия.

Задача 10. Оценить скорость неупругого рассеяния в квантовой точке с большой энергией Таулесса для случая короткодействия.

Задача 11. Гамильтониан, описывающий квазичастицы в графене, представляет собой матрицу 4×4 , $H = v\tau_3(\sigma_x p_x + \sigma_y p_y)$. Он обладает симметрией по отношению к обращению времени: $H = T_0 H^T T_0$, где $T_0 = \sigma_1 \tau_1$, и киральной симметрией: $H = -C_0 H C_0$, где $C_0 = \sigma_3 \tau_0$. Здесь $\sigma_{0,1,2,3}$ и $\tau_{0,1,2,3}$ стандартные матрицы Паули. $H' = v\tau_3(\sigma_x p_x + \sigma_y p_y) + V(\mathbf{r})\tau_3\sigma_1$. Определить к какому классу симметрии относится гамильтониан H' .

Задача 12. Для ортогонального случая для $d = 2$ β -функция имеет вид $\beta(g) = -2/\pi$ в области $g \ll 1$. Оценить с экспоненциальной точностью зависимость длины локализации от параметра $k_F l$.

Задача 13. Показать, что в критической точке при $r \ll L$ справедливо равенство $\langle |\psi_\varepsilon(\mathbf{r})^{2q_1} \psi_\varepsilon(0)^{2q_2}| \rangle = L^{-d(q_1+q_2)-\Delta_{q_1}-\Delta_{q_2}} (r/L)^{\Delta_{q_1+q_2}-\Delta_{q_1}-\Delta_{q_2}}$.

Задача 14. Магнитная примесь в сверхпроводнике создает связанное состояние с энергией $E = \Delta(1 - \alpha)/(1 + \alpha)$, где параметр α пропорционален четвертой степени модуля волновой функции в точке, где находится примесь. Найти функцию распределения для энергии E , если $\tau_q = d(q - 1) - \gamma q(q - 1)$, где $\gamma < 0$.

Задача 15. Оценить мезоскопические флуктуации кондактанса в грязном металле.

Задание 2.

ЗАДАЧА 1. Вычислить однопетлевую поправку к σ_{xx} , используя регуляризацию Паули-Вилларса.

ЗАДАЧА 2. Вычислить однопетлевую поправку к σ_{xx} , используя размерную регуляризацию.

ЗАДАЧА 3. Вычислить однопетлевую поправку к плотности состояний ν , используя регуляризацию Паули-Вилларса.

ЗАДАЧА 4. Вычислить однопетлевую поправку к плотности состояний ν , используя размерную регуляризацию.

ЗАДАЧА 5. Найти собственные функции (нормированные на единицу) и спектр оператора

$$O_a = \frac{\partial}{\partial \eta} (1 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{ia}{1 - \eta} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{a^2}{4} \frac{1 + \eta}{1 - \eta} + \frac{a}{2}$$

где $-1 < \eta < 1$, $0 < \theta < 2\pi$ и $a = 1$.

ЗАДАЧА 6. Вычислить диагональный матричный элемент между собственными состояниями оператора O_1 от $(1 - \eta)/2$.

ЗАДАЧА 7. Найти собственные функции (нормированные на единицу) и спектр оператора

$$O_a = \frac{\partial}{\partial \eta} (1 - \eta^2) \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{ia}{1 - \eta} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{a^2}{4} \frac{1 + \eta}{1 - \eta} + \frac{a}{2}$$

где $-1 < \eta < 1$, $0 < \theta < 2\pi$ и $a = 2$.

ЗАДАЧА 8. Вычислить диагональный матричный элемент между собственными состояниями оператора O_2 от $(1 - \eta)/2$.

ЗАДАЧА 9. Используя однопетлевую перенормировку операторов $\text{Tr}(\Lambda Q)^2$ и $(\text{Tr} \Lambda Q)^2$ найти собственные операторы ренормгруппы $E_{a,s}$ с не больше чем с двумя матрицами Q . Подсказка: использовать представление $E_{a,s}[Q] = z_1 \text{Tr}(\Lambda Q)^2 + z_2 (\text{Tr} \Lambda Q)^2 + z_3 \text{Tr} \Lambda^2$, где коэффициенты z_1 , z_2 и z_3 находятся из условия того, чтобы при однопетлевой перенормировке оператор переходил сам в себя.

ЗАДАЧА 10. Используя однопетлевую перенормировку операторов

$$\text{Tr}(\Lambda Q)^4, \text{Tr}(\Lambda Q)^3 \text{Tr} \Lambda Q, \text{Tr}(\Lambda Q)^2 (\text{Tr} \Lambda Q)^2, (\text{Tr} \Lambda Q)^4, \text{Tr}(\Lambda Q)^2, (\text{Tr} \Lambda Q)^2$$

найти собственные операторы ренормгруппы E с не больше чем с четырьмя матрицами Q . Подсказка: использовать представление собственного оператора в виде линейной комбинации операторов, перечисленных выше.

ЗАДАЧА 11. Записать выражение для мезоскопических флуктуаций локальной плотности состояний, $\langle [\nu(E, r)]^2 \rangle$, в диффузионном режиме через Q – матрицы. Представить соответствующий оператор в инвариантном виде относительно $U(n) \times U(n)$ вращений. Вычислить однопетлевую поправку к $\langle [\nu(E, r)]^2 \rangle$.

ЗАДАЧА 12. Записать выражение для среднего,

$$\langle [\text{Im } G^R(E, r, r) \text{Im } G^R(E, r', r') - \text{Im } G^R(E, r, r') \text{Im } G^R(E, r', r)] \rangle_{\text{dis}},$$

в диффузионном режиме через Q – матрицы. Считать выполненным условие $\lambda_F \ll |r - r'| \ll l$, где l – длина свободного пробега. Представить соответствующий оператор в инвариантном виде относительно $U(n) \times U(n)$ вращений. Вычислить однопетлевую поправку.

ЗАДАЧА 13. Записать выражение для среднего,

$$\langle [3\nu(E, r)\nu(E, r') - \nu(E, r)\nu(E, r)] \rangle_{\text{dis}},$$

в диффузионном режиме через Q – матрицы. Считать выполненным условие $\lambda_F \ll |r - r'| \ll l$, где l – длина свободного пробега. Представить соответствующий оператор в инвариантном виде относительно $U(n) \times U(n)$ вращений. Вычислить однопетлевую поправку.

ЗАДАЧА 14. Вычислить корреляционную функцию двух Q -матриц: $\langle q_{p_1 p_2}^{\alpha \beta}(s_1) q_{p_3 p_4}^{\gamma \delta}(s_2) \rangle$, где точки s_1 и s_2 лежат на границе двумерного газа.

ЗАДАЧА 15. Используя уравнение Каллана-Циманчика с непертурбативными β -функциями получить общий вид скейлинговой зависимости продольной и холловской проводимостей.