

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ им. Л. Д. Ландау  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН)**

ПРИНЯТО  
Ученым советом  
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН  
(протокол от 10 сентября 2021г. № 24 \_\_)



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН  
д.ф.-м.н., И. В. Колоколов  
«10» сентября 2021г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВЫБОРУ Б1.В.ДВ.1.2  
«Теория фазовых переходов»**

По направлению подготовки: 03.06.01 Физика и астрономия  
По направленности подготовки: 01.04.02 теоретическая физика  
(1.3.3. Теоретическая физика)  
Уровень образования: Подготовка кадров высшей квалификации  
Квалификация: Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения – очная

Рабочая программа дисциплины по выбору «Теория фазовых переходов» (Б1.В.ДВ.1.2) для основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОПОП ВО) подготовки кадров высшей квалификации по направлению подготовки 03.06.01 Физика и астрономия по направленности подготовки 01.04.02 теоретическая физика (1.3.3. Теоретическая физика) составлена в соответствии с требованиями следующих нормативных документов:

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования «Подготовка кадров высшей квалификации» по направлению подготовки кадров высшей квалификации 03.06.01 ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ (ФГОС ВО), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.07.2014 №867 с изменениями и дополнениями от 30.04.2015 г.
2. Паспорт научной специальности 01.04.02 Теоретическая физика разработанный экспертами ВАК Минобрнауки РФ в рамках Номенклатуры специальностей научных работников, утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 25.02.2009 г. № 59
3. Программа-минимум кандидатских экзаменов по специальностям 01.04.02 теоретическая физика и 01.04.07 физика конденсированного состояния с учетом особенностей сложившейся в ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН научной школы
4. Приказ Минобрнауки России от 04.02.2021 № 118 "Об утверждении номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, и внесении изменения в Положение о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, утвержденное приказом министерства образования и науки Российской Федерации от 10 ноября 2017 г. № 1093
5. Письмо ВАК от 13.05.2021 № 382-02 ВАК о Применении новой номенклатуры НС
6. Приказ Минобрнауки России от 03.06.2021 № 561 о «О советах по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание учёной степени докторов наук»

Автор/составитель ФОС по дисциплине:

Чл. Корр. РАН, д.ф.-м.н.  
10 сентября 2021 г.



В.В. Лебедев

«Согласовано»:

Г.н.с. ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН  
Член-корр. РАН, д.ф.-м.н.

  
В.В. Лебедев

Зам. Директора по научной работе  
ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН  
д.ф.-м.н.

  
И.С. Бурмистров

Декан, профессор Факультета физики НИУ ВШЭ  
д.ф.-м.н.

  
М.Р. Трунин

# 1. Паспорт научной специальности 01.04.02 теоретическая физика (1.3.3. Теоретическая физика)

Шифр специальности:

01.04.02 теоретическая физика (1.3.3. Теоретическая физика)

Формула специальности:

Теоретическая физика – область физики, занимающаяся математической формулировкой закономерностей физических явлений, наблюдаемых экспериментально. Теоретическая физика является единой наукой, внутренние связи в которой устанавливаются путем аналитических вычислений или численных расчетов и сравнением с экспериментальными данными. Ее фактическое содержание связано со всем историческим развитием физики. Целью исследований в области теоретической физики является наиболее полное описание фундаментальных физических законов.

Области исследований:

1. Теория конденсированного состояния классических и квантовых, макроскопических и микроскопических систем. Изучение различных состояний вещества и физических явлений в них. Статистическая физика и кинетическая теория равновесных и неравновесных систем.
2. Общая теория относительности и релятивистская астрофизика. Физические свойства материи и пространства-времени во Вселенной. Классическая и квантовая космология и гравитация.
3. Теория фундаментальных взаимодействий и квантовая теория поля. Изучение явлений на малых масштабах и при больших энергиях. Разработка математических методов теории поля.
4. Общие вопросы квантовой механики: основы, теория измерений, общая теория рассеяния. Квантовая теория физических явлений в ядрах, атомах и молекулах.
5. Разработка теории мезоскопических систем. Квантовая теория информации и квантовые вычисления.
6. Развитие теории и исследования общих свойств и закономерностей нелинейной динамики сильно неравновесных систем. Разработка теории хаоса и турбулентности.

Отрасль наук:

физико-математические науки (за исследования, поименованные в пунктах 1-6)

## 2. Цель и задачи освоения дисциплины

**Целью** изучения настоящей дисциплины является подготовка квалифицированных научных кадров в области теоретической физики, способных вести научно-исследовательскую работу, самостоятельно ставить и решать актуальные научные и практические задачи.

**Задачи** дисциплины включают формирование у аспирантов системы знаний и основных понятий по современной теории фазовых переходов и развитие способности к научно-исследовательской работе и выработку потребности к самостоятельному приобретению знаний по теоретической физике.

## 3 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО по направлению подготовки кадров высшей квалификации 03.06.01 ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ

Дисциплина «Теория фазовых переходов» (Б1.В.ДВ.1.2) относится к дисциплинам по выбору дисциплины Б1.В.ДВ.1 вариативной части Блока 1 «Дисциплины» основной профессиональной образовательной программы аспирантуры по направлению подготовки 03.06.01 физика и астрономия по направленности (наименование) подготовки 01.04.02 теоретическая физика.

Программа курса включает теорию флуктуационных явлений, связанных с макроскопическими степенями свободы. Наряду с критическими явлениями, имеющими место вблизи фазовых переходов второго рода и критических точек, рассмотрены различные фазы конденсированного состояния, где флуктуации играют важную роль. Представлена теория динамических флуктуаций, которая применяется как к равновесным, так и к неравновесным системам. Используются формализм функциональных интегралов, диаграммная техника, ренорм-групповая процедура, соотношения скейлинга, Ланжевеновские силы, анализируются хвосты функций распределения вероятности. Лекции сопровождаются задачами, решение которых позволяет студентам глубже осознать содержание лекций.

## 4. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Общепрофессиональные компетенции:	
ОПК-1	способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области теоретической физики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
Универсальные компетенции:	
УК-1	способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении

	исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
<b>Профессиональные компетенции</b>	
ПК-А	способностью самостоятельно выделять различные физические механизмы в физическом феномене, подбирать адекватные модели для описания этих механизмов (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-В	способностью применять на практике базовые общепрофессиональные знания теории и методов теоретической физики, в том числе микроскопическое и феноменологическое описание, теорию возмущений и диаграммный методы (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-Г	способность применять различные математические методы, такие как ТФКП, решение дифференциальных уравнений, применение теории групп, диаграммная техника, при исследовании математических уравнений
ПК-Д	готовность сотрудничать с экспериментальными группами по планированию физических экспериментов и анализу полученных экспериментальных данных, способностью выделять в экспериментальной ситуации отдельные физические феномены и составлять адекватную математическую модель, описывающую эти феномены (в соответствии с профилем подготовки)
ПК-Е	готовность к дальнейшему самообразованию и расширению компетенции, способностью локализовать общие принципы теоретической физики для нового физического феномена (в соответствии с профилем подготовки)

### **В результате освоения дисциплины обучающиеся должны**

#### **знать:**

- теорию флуктуационных явлений, связанных с макроскопическими степенями свободы в различных фазах конденсированного состояния;
- математические модели, используемые при описании длинноволновых флуктуационных эффектов;
- теорию динамических флуктуаций, применяемую к равновесным и неравновесным системам;

#### **уметь:**

- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- делать корректные выводы из сопоставления теоретических и экспериментальных результатов;

- выделять минимально достаточную систему определяющих параметров при моделировании реальных физических процессов;
- делать качественные выводы при анализе асимптотических режимов в изучаемых проблемах;
- осваивать новые предметные области и теоретические модели;
- пользоваться адекватным математическим аппаратом при решении практических задач;
- эффективно использовать IT-технологии и компьютерную технику;
- стремиться к построению фундаментальных физических теорий, способных объяснять и предсказывать качественно новые физические явления.

**владеть:**

- навыками построения минимальной модели, которая описывает все интересующие аспекты изучаемого физического феномена;
- навыками использования ренорм-группового формализма;
- навыками численного исследования модели, которое в случае достаточной полноты модели является численным экспериментом.

### 5. Объем дисциплины, виды учебной работы и форма отчетности

Вид учебной работы	Часов	ЗЕТ
Общая трудоемкость дисциплины	108	3
Аудиторные занятия:	54	1.5
лекции	54	1.5
Самостоятельная работа	50.4	1.4
Контроль	3.6	0.1

Форма отчетности: зачет с оценкой

### 6. Содержание и структура дисциплины

#### 6.1. Учебный план по дисциплине

№	Название тем	Количество часов					Всего часов
		лек.	семинары	СР	К		
					КР	ЗО	
1.	Теория Ландау	6	-	5.6			108
2	Теория возмущений	6	-	5.6			
3	Паркетные диаграммы	6	-	5.6			
4	Ренорм-группа, эpsilon-разложение	6	-	5.6			

5	Слабая кристаллизация	6	-	5.6		3.6	
6	Тепловые флуктуации в смектиках	6	-	5.6			
7	Двумерные ферромагнетики	6	-	5.6			
8	Физика мембран	6	-	5.6			
9	Фазовый переход БКТ	6	-	5.6			
	Итого часов:	54	-	50.4			

Самостоятельная работа заключается в разборе задач и упражнений по курсу.

## **6.2. Содержание лекционного курса**

### **Тема 1. Теория Ландау**

В конденсированном состоянии при изменении температуры или давления происходит множество фазовых переходов. Традиционно они делятся на фазовые переходы первого рода (с конечной скрытой теплотой) и фазовые переходы второго рода (с нулевой скрытой теплотой), последние называются еще непрерывными. Эта классификация отнюдь не является исчерпывающей, но вполне достаточна для большинства практических нужд. Мы сосредоточимся на теории фазовых переходов второго рода, в окрестности которых наблюдаются особенности различных термодинамических величин. Ключевыми элементами этой теории являются параметр порядка и так называемый функционал Ландау, который определяет энергию, связанную с пространственными вариациями параметра порядка. Эта теория применима также к окрестностям критических точек (таких, как критическая точка на диаграмме газ-жидкость). В данной лекции мы развиваем так называемую теорию среднего поля (теорию Ландау), которая предполагает пренебрежение флуктуациями параметра порядка. В этом случае возможен детальный анализ фазовой диаграммы системы и поведения системы вблизи линий перехода, в частности, рассматривается скачок теплоемкости в точке перехода. Обсуждаются также дефекты, нарушающие однородность низкотемпературной фазы, в системах, характеризующихся различной симметрией (различным числом компонент) параметра порядка.

### **Тема 2. Теория возмущений**

Мы начинаем исследование роли флуктуаций параметра порядка в окрестности фазового перехода второго рода или вблизи критической точки, которое требует статистического описания. Статистические свойства параметра порядка характеризуются его корреляционными функциями, то есть средними от его произведений, взятых в разных точках. Если система находится в тепловом равновесии, то теоретически эти корреляционные функции должны вычисляться при помощи Больцмановской функции распределения вероятности. Поскольку она не зависит от времени, не зависят от времени и одновременные корреляционные функции параметра порядка. Мы также пренебрегаем граничными эффектами, вследствие чего все пространственные точки можно считать

эквивалентными, это свойство называется пространственной однородностью. Мы развиваем теорию возмущений для этого случая и обсуждаем общие свойства ряда теории возмущений в применении к фазовым переходам. Отдельные члены ряда теории возмущений удобно представлять в виде диаграмм Фейнмана. В частности обсуждаются границы применимости теории среднего поля. Особое внимание уделяется так называемой концепции скейлинга, которая приводит к степенным соотношениям между различными наблюдаемыми величинами, которые характеризуются различными критическими индексами. Устанавливается связь между различными критическими индексами.

### Тема 3. Паркетные диаграммы

Теоретический анализ поведения корреляционных функций параметра порядка вблизи температуры фазового перехода второго рода в размерности  $d = 3$  является весьма затруднительным. В то же время проблема исследования корреляционных функций параметра порядка может быть последовательно решена в пространстве размерности  $d = 4$ . Основная идея, используемая в современной теории фазовых переходов, заключается в том, что размерность  $d = 3$  не слишком далека от размерности  $d = 4$ . Тогда имеет смысл исследовать проблему в пространстве размерности  $d = 4 - \varepsilon$  (где  $\varepsilon$  — произвольный малый параметр), и экстраполировать полученные результаты на случай  $\varepsilon = 1$ . Такая процедура, дающая критические индексы в виде (асимптотического) ряда по  $\varepsilon$ , называется  $\varepsilon$ -разложением. Нельзя сказать, что  $\varepsilon$ -разложение дает хорошо определенные величины, поскольку нас интересуют значения индексов при  $\varepsilon = 1$ , что ни в каком смысле не является малой величиной. Тем не менее, если при возрастании  $\varepsilon$  от 0 до 1 не происходит никаких бифуркаций, то можно надеяться, что полученная экстраполяция дает качественно правильную картину фазовых переходов. Как показывает сравнение результатов  $\varepsilon$ -разложения с экспериментом, первые члены разложения по  $\varepsilon$  дают даже неплохое количественное согласие с наблюдаемыми критическими индексами. Необходимым предварительным этапом при проведении  $\varepsilon$ -разложения является исследование поведения корреляционных функций параметра порядка в пространстве размерности  $d = 4$ , что является предметом настоящей лекции. Эта задача представляет также несомненный самостоятельный методический интерес, так как выработанные при ее решении идеи находят свое применение и в других областях теоретической физики, например в теории сверхпроводимости или в квантовой теории поля. Мы развиваем способ отбора главной последовательности диаграмм, которые называются паркетными, суммирование которых позволяет найти асимптотическое (при больших масштабах или в близкой окрестности фазового перехода) поведение различных наблюдаемых величин, например, теплоемкости. Как правило, это поведение дается степенями логарифма, значение которого определяется отношением масштаба задачи к атомному размеру, или близостью к точки перехода. Отдельно анализируется поведение системы вблизи трикритической точки, которое является логарифмическим уже в размерности  $d = 3$ , и к которому применимы развитые методы суммирования главных последовательностей диаграмм.

### Тема 4. Ренорм-группа, эpsilon-разложение

Мы начинаем эту лекцию с переывода результатов, полученных в предыдущей лекции, используя несколько иной язык, который оказывается более удобным для конкретного анализа и

который допускает широкое обобщение на другие случаи. Речь идет о так называемом методе ренорм-группы, который был первоначально сформулирован в квантовой теории поля, но нашел весьма широкое применение в задачах, возникающих в теории конденсированного состояния. Смысл этого метода заключается в последовательном интегрировании по самым быстрым (коротковолновым) переменным Больцмановской функции распределения вероятности и в изучении эволюции функционала Ландау при такой процедуре. Ренорм-группа эффективно работает как раз в ситуации, когда основные поправки к наблюдаемым величинам носят логарифмический характер, например, в пространстве размерности  $d = 4$  для фазовых переходов второго рода и в пространстве размерности  $d = 3$  для трикритической точки. Эти размерности, в которых поправки носят логарифмический характер, называются маргинальными. Ренорм-групповая процедура дает дифференциальные уравнения для коэффициентов разложения Ландау, которое определяет их изменение при уменьшении предельного волнового вектора (ультрафиолетовой обрезки) флуктуирующих величин (параметра порядка), остающихся после исключения быстрых переменных. Решение этих уравнений с последующим пересчетом в наблюдаемые величины позволяет определить критическое поведение системы. Ренорм-групповая процедура работает также в пространстве размерности, близкой к маргинальной, то есть при малых  $\varepsilon$ . Мы развиваем такое обобщение.

## Тема 5. Слабая кристаллизация

Как известно, кристаллизация (переход из жидкого в твердое состояние) является обычно фазовым переходом первого рода. Тем не менее, возможна ситуация, когда кристаллизация близка к непрерывному фазовому переходу (переходу второго рода). Мы будем называть этот случай слабой кристаллизацией. Слабая кристаллизация весьма редко наблюдается в простых жидкостях. В то же время слабая кристаллизация – обычное явление в жидкокристаллическом состоянии, когда речь идет о кристаллизации анизотропной жидкости (нематика) или о кристаллизации фазы с одномерной модуляцией плотности (смектика). В рамках теории среднего поля вещество в окрестности слабо-кристаллизационного фазового перехода обладает рядом особенностей, напоминающих поведение вещества вблизи точки фазового перехода второго рода. Однако флуктуационные эффекты в этих двух случаях имеют весьма разные свойства, что связано с большим фазовым объемом флуктуаций в случае слабой кристаллизации. Мы изучаем теорию слабой кристаллизации изотропной жидкости. Несмотря на то, что эта задача является модельной, она представляет несомненный методический интерес. Дело в том, что вся развитая для этого случая теоретическая схема без особых изменений переносится и на случай слабой кристаллизации в жидких кристаллах, где она встречается сплошь и рядом. Мы начинаем с функционала Ландау для слабой кристаллизации, который строится в терминах флуктуаций модуляции плотности. В отличие от параметра порядка, который является длинноволновой переменной, модуляция плотности раскладывается по гармоникам с большими волновыми векторами (порядка обратного молекулярного размера). Мы развиваем теорию возмущений для слабой кристаллизации. Ведущий ряд поправок, который определяет основные флуктуационные поправки к различным величинам, оказывается в этом случае довольно простым, он представляется диаграммами с замкнутой на себя линией, представляющей парную корреляционную функцию. Это позволяет аналитически получить выражение для этой корреляционной функции и сделать некоторые качественные выводы о поведении системы. Например, флуктуации превращают слабо-кристаллизационный переход, который является непрерывным в теории среднего поля, в переход первого рода. Следующим шагом является установление фазовой диаграммы

системы, которая оказывается весьма богатой, она содержит несколько различных фаз. Удастся аналитически получить уравнения, которые определяют линии равновесия между этими фазами.

## **Тема 6. Тепловые флуктуации в смектиках**

Смектические фазы (смектики) широко представлены в жидкокристаллическом состоянии вещества. Напомним, что жидкокристаллическое состояние реализуется в веществах, состоящих из вытянутых или дискообразных молекул, причем смектические фазы возникают на фазовой диаграмме веществ, состоящих из молекул вытянутой формы (как правило, это органические молекулы, построенные из нескольких блоков, последовательно соединенных между собой). Смектики характеризуются одномерной модуляцией плотности, что делает их свойства промежуточными между жидкостями и кристаллами (в последнем случае модуляция плотности является трехмерной). Смектики можно представлять себе, как систему слоев, каждый из которых является двумерной жидкостью. Поэтому слои могут проскальзывать друг относительно друга, так что сдвиговой модуль упругости в смектике отсутствует. В то же время система обладает упругостью по отношению к сжатию в направлении, перпендикулярном к слоям (именно в этом направлении модулирована плотность). Имеются различные смектические фазы, которые отличаются друг от друга симметрией смектических слоев. Мы рассматриваем простейший случай, когда смектические слои являются изотропными (такие смектики называют смектиками-А). В силу отсутствия сдвигового модуля смектик довольно легко деформируется при приложении внешней силы. По той же причине в смектике оказываются весьма мягкими флуктуации смектических слоев. Точнее, являются мягкими их изгибные флуктуации, поскольку они не связаны со сжатием слоев, требующем значительной энергии. Эта мягкость приводит к тому, что даже относительно небольшие изгибные флуктуации, возбуждаемые за счет теплового движения, существенно влияют на макроскопические характеристики смектика. Мы стартуем с упругой энергии для изгибных флуктуаций, которая характеризуется двумя модулями упругости. В ее рамках можно проанализировать дислокации в смектиках, которые носят весьма необычный характер в силу сильной анизотропии. Мы показываем, что Брэгговские пики, характерные для обычных кристаллов, в смектиках размываются флуктуациями: вместо острых максимумов, связанных с передачей данного волнового вектора, наблюдается некоторый максимум с крыльями, которые имеют степенной характер. Соответствующий индекс определяется упругими модулями смектика. Далее мы изучаем флуктуационные поправки к модулям упругости смектика, которые носят логарифмический характер. Используя ренорм-групповую процедуру, мы находим ренорм-групповые уравнения для модулей упругости, которые определяют их длинноволновое поведение.

## **Тема 7. Двумерные ферромагнетики**

Проблема, которую мы рассматриваем в настоящей лекции, связана с физикой двумерных ферромагнетиков. Речь идет о магнитных кристаллах, в которых магнитные атомы (атомы с ненулевым спином) собраны в слои, так что расстояние между соседними магнитными атомами в слое заметно меньше, чем расстояние между слоями. В силу того, что обменное взаимодействие между спинами быстро спадает с ростом расстояния между атомами, в слоистом случае в главном приближении можно пренебречь взаимодействием между спинами в различных слоях, в результате чего

мы приходим к картине независимых слоев. О свойствах одного такого магнитного слоя, который можно считать двумерной системой, и пойдет речь. Как известно, состояние ферромагнетика характеризуется направлением намагниченности. В двумерном ферромагнетике это направление подвержено сильным флуктуациям. Это приводит к тому, что именно флуктуации определяют магнитный отклик такой системы. Мы развиваем для двумерных ферромагнетиков ренорм-групповую процедуру, которая дает логарифмическую ренормировку магнитного модуля. Однако в ферромагнетиках ситуация радикально отличается от случая фазовых переходов или ситуации в смектиках: в то время как в двух последних случаях эффективная константа связи падает с ростом масштаба (что делает ренорм-групповую процедуру самосогласованной), в первом случае эффективная константа связи растет с ростом масштаба, что приводит к нарушению на некотором масштабе ренорм-групповой процедуры. На этом масштабе исходно степенные корреляции флуктуаций направления намагниченности становятся экспоненциальными, то есть спонтанно возникает длина корреляции. Этот процесс можно последовательно проанализировать в модельном случае большого количества компонент вектора намагниченности.

## Тема 8. Физика мембран

В настоящей лекции мы рассмотрим свойства мембран, которые спонтанно возникают во многих органических растворах. Мембраны являются пленками, представляющими собой двойной слой липидных молекул и имеют, следовательно, толщину порядка молекулярного размера. Такие мембраны широко распространены в биологических системах. Например, мембраны являются основным строительным материалом клеточных оболочек, а также таких объектов, как красные кровяные тельца. Упомянем также, что некоторые жидкокристаллические фазы, которые называются лиотропными, представляют собой раствор, содержащий упорядоченную (в той или иной мере) систему мембран. Во избежание недоразумений подчеркнем, что мы будем считать разные мембраны невзаимодействующими, что позволяет рассматривать их отдельно, независимо друг от друга. Это оправдано, например, в лиотропных жидких кристаллах, где расстояние между мембранами много больше их толщины. Таким образом, теория лиотропных жидких кристаллов должна строиться в два этапа: сначала надо изучить свойства отдельно взятой мембраны, а затем уже принять во внимание их взаимодействие. Взаимодействие между мембранами здесь рассматриваться не будет, так как оно представляет собой отдельную проблему, выходящую за рамки настоящего курса. Одиночная мембрана характеризуется энергией, зависящей от ее геометрической формы. В силу того, что мембрана является свободно подвешенной пленкой, коэффициент ее поверхностного натяжения близок к нулю. Поэтому следует принимать во внимание зависимость ее энергии от кривизны, которая в ведущем порядке определяется двумя модулями Хельфриха, и которая достигает минимума для плоской геометрии. В рамках этой энергии оказываются сильными флуктуации ориентации мембраны: корреляция относительных ориентаций в двух точках мембраны логарифмически падает с ростом расстояния между точками. Последовательно этот эффект может быть рассмотрен в рамках соответствующей ренорм-групповой процедуры, которая показывает, что эффективная константа связи системы растет с ростом масштаба, как это имеет место в ферромагнетиках. На некотором масштабе она становится порядка единицы, и на больших масштабах мембрана уже ни в каком смысле не может рассматриваться, как близкая к плоской. Мы приводим также вывод ренорм-групповых уравнений для везикулы (мембраны замкнутой формы), который позволяет исследовать поведение второго модуля Хельфриха.

## **Тема 9. Фазовый переход БКТ**

Такие дефекты, как квантовые вихри, дислокации и дисклинации в тонких пленках (которые могут считаться двумерными системами) являются точечными объектами и могут поэтому производиться за счет теплового движения (в то время, как в трехмерных системах породить дислокацию за счет теплового движения практически невозможно). Энергия такого единичного дефекта пропорциональна логарифму размера образца. Поэтому при низких температурах производятся только связанные пары дефект-антидефект, так как энергия этой пары конечна (не зависит от размера образца). При возрастании же температуры плотность этих пар растет. Наряду с этим растет энтропия единичного дефекта, которая также пропорциональна логарифму размера образца. Поэтому при некоторой температуре произведение температуры на энтропию дефекта становится больше, чем его энергия. Выше этой температуры в пленке спонтанно возникают одиночные дефекты, которые разрушают дальние корреляции параметра порядка в пленке. Поэтому при некоторой температуре происходит фазовый переход, например, переход сверхтекучая-нормальная жидкость в пленке гелия-4. Этот переход был впервые изучен Березинским, а затем исследован Костерлицем и Таулессом, по первым буквам фамилий упомянутых авторов мы будем называть его переходом БКТ. Теми же характеристиками обладает фазовый переход в двумерных планарных магнетиках. Отметим, что фазовые переходы того же типа должны наблюдаться при нагреве двумерных кристаллов. А именно, сначала кристалл должен превращаться в так называемую гексатическую фазу, которая затем плавится в жидкость. Эти переходы связаны с появлением распаренных дислокаций и дисклинаций, соответственно. Мы стартуем с энергии низкотемпературной фазы, в которой выделяется часть, связанная с дефектами, и описывающая их логарифмическое взаимодействие, которое напоминает взаимодействие двумерных точечных зарядов. Для определенности мы говорим о квантовых вихрях в сверхтекучей пленке, где каждый вихрь обладает определенной интегральной завихренностью, которая может быть двух знаков. На макроскопическом языке мы имеем дело с полем завихренности, которое обладает различными свойствами в низкотемпературной и высокотемпературной фазах: в первом случае корреляции носят степенной характер, в то время как во втором случае возникает конечный радиус корреляции. Количественно эти корреляции можно проанализировать в рамках эффективного поля, через которое выражаются корреляционные функции завихренности. Ренорм-групповая процедура, сформулированная в рамках этого поля, позволяет проанализировать поведение системы вблизи точки перехода. В частности, особенность теплоемкости оказывается чрезвычайно слабой.

### **7. Самостоятельная работа аспирантов**

Используются виды самостоятельной работы аспиранта: в читальном зале библиотеки, в учебных кабинетах, на рабочих местах с доступом к ресурсам Интернет и в домашних условиях. Порядок выполнения самостоятельной работы соответствует программе курса и контролируется собеседованием. Самостоятельная работа подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением, включающим рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, а также конспекты лекций.

### **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов**

Контрольные вопросы для проведения для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины :

## **1. Теория Ландау**

- 1.1 Разложение Ландау
- 1.2 Теория среднего поля
- 1.3 Низкотемпературная фаза

## **2. Теория возмущений**

- 2.1 Разложение по константе взаимодействия
- 2.2 Теория возмущений ниже точки перехода
- 2.3 Скейлинг

## **3. Паркетные диаграммы**

- 3.1 Флуктуационные поправки в  $d = 4$
- 3.2 Ренормированные величины
- 3.3 Трикритическая точка

## **4. Ренорм-группа, $\epsilon$ -разложение**

- 4.1 Выделение быстрых переменных
- 4.2 Ренорм-групповые уравнения
- 4.3  $\epsilon$ -разложение

## **5. Слабая кристаллизация**

- 5.1 Функционал Ландау
- 5.2 Флуктуационные эффекты
- 5.3 Фазовая диаграмма

## **6. Флуктуации в смектиках**

- 6.1 Функционал Ландау
- 6.2 Структурный фактор
- 6.3 Ренорм-групповые уравнения
- 6.4 Дислокации в смектике

## **7. Двумерные ферромагнетики**

- 7.1 Флуктуации направления намагниченности
- 7.2 Ренорм-группа
- 7.3 Большие  $N$

## **8 Физика мембран**

- 8.1 Энергия мембраны
- 8.2 Флуктуации мембран
- 8.3 Вывод РГ-уравнений для везикулы

## **9 Фазовый переход БКТ**

- 9.1 Производящий функционал
- 9.2 РГ-уравнения
- 9.3 Завихренность и теплоемкость

### **8.1. Пример экзаменационного билета**

- 1. Ренорм-группа,  $\epsilon$ -разложение. Ренорм-групповые уравнения

## 2. Фазовый переход БКТ. Производящий функционал

### 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

#### 9.1. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

- [1] В. В. Лебедев, Флуктуационные эффекты в макрофизике, МЦНМО, 2004.
- [2] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теоретическая физика, т. V, Статистическая физика, Москва, Наука, 1976.
- [3] J.Zinn-Justin, Quantum Field Theory and Critical Phenomena, Clarendon, Oxford, 1996.
- [4] Р. Бэкстер, Точно решаемые модели в статистической механике, Москва, Мир, 1985.
- [5] В. Н. Попов, Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике, Атомиздат, Москва, 1976.
- [6] А. А. Славнов и Л. Д. Фаддеев, Введение в квантовую теорию калибровочных полей, Москва, Наука, 1978.
- [7] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков и И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Добросвет, 1998.
- [8] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теоретическая физика, т. IX, Е. М. Лифшиц и Л. П. Питаевский, Статистическая физика, часть 2, Москва, Наука, 1978.
- [9] А. З. Паташинский и В. Л. Покровский, Флуктуационная теория фазовых переходов, Москва, Наука, 1982.

#### 8.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

См. список литературы

#### 8.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

On-line доступ к журналам «Журнал экспериментальной и теоретической физики», «Письма в ЖЭТФ», к журналам: Physical Review Journals Published by the American Physical Society, к некоторым публикациям издательств Elsevier и Springer/Nature Publishing Group (из подписки ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН).

#### 8.5. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

### 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

аудиторный фонд ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН;

ноутбук, мультимедиа-проектор, экран;  
рабочее место с выходом в Интернет;  
библиотечный фонд ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН