Программа курса
П.Г.Гриневича & В.В.Соколова

“Введение в гамильтонову механику”.

Лекция 1: Три подхода в классической механике – Ньютонов, Лагранжев и Гамильтонов. Лагранжева механика: Принцип наименьшего действия, теорема Нётер - сииметрии порождают законы сохранения. Энергия, импульс, момент импульса.

Лекция 2: Переход от принципа наименьшего действия к гамильтоновой формулировке для системы n частиц с потенциальным взаимодействием. Гамильтонова формулировка. Гамильтониан, скобки Пуассона. Пуассоновы многообразия, гамильтоновы потоки. Понятие фукнкции Казимира (аннулятора скобки). Простейшие примеры конечномерных гамильтоновых систем – канонические скобки, скобки Ли-Костанта-Кириллова-Березина (скобки Ли-Пуассона). Теорема о том что отображение алгебры Ли функций на Пуассоновом многообразии с операцией – скобка Пуассона в алгебру Ли гамильтоновых векторных полей есть гомоморфизм.

Лекция 3: Симплектические структуры и симплектические многообразия. Понятие лагранжева подмногообразия. Симплектические листы. В окрестности типичной точки Пуассоново многообразие локально расслаивается на сиплектические листы. Теорема Дарбу о нормальной форме пуассоновой структуры в октрестности типичной точки.

Лекция 4: Понятие производной Ли тензорного поля. Теорема о сохранении симплектической формы (и, как следствие, фазового объема) под действием гамильтоновых потоков.

Лекция 5: Переменные действие-угол. Вполне интегрируемые системы по Лиувиллю. Топология многообразий уровня для таких систем. Построение переменных действие-угол для систем, интегрируемых по Лиувиллю. (Материал этой лекции примерно соответствует английскому тексту, выложенному на сайте).

Лекция 6. Элементы теории обощённых функций. Первые примеры бесконечномерных гамильтоновых систем. Гамильтонов формализм полевых систем. Скобка Гарднера-Захарова-Фаддеева и Ленарда-Магри в теории уравнения Кортевега-де Фриза. Доказательство тождества Якоби для этих скобок. Понятие бигамильтоновой системы.

Литература к лекции 6:

1. Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, “Гидродинамика слабо деформированных солитонных решеток. Дифференциальная геометрия и гамильтонова теория ” УМН, **44**, 6, 30-98 (1989).

2. С.П.Новиков, “Гамильтонов формализм и многозначный аналог теории Морса” УМН, **37**, 5, 3-49 (1982).

3. А.В. Борисов, И.С. Мамаев “Динамика твердого тела”. НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001.

4. F. Magri "Eight lectures on integrable systems." Integrability of nonlinear systems (Pondicherry, 1996), 256–296, Lecture Notes in Phys., 495, Springer, Berlin, 1997.

Лекции 7-8: Построение бесконечного набора попарно коммутирующих интегралов движения для уравнения Кортевега-де Фриза с помощью бигамильтонова представления. (Фактически конспект лекции 7 содержит матиериал обеих лекций).

Лекции 9-10: Уравнение Гамильтона-Якоби. Разделение переменных. Геодезические на трёхосном эллипсоиде – интегрирование при помощи уравнения Гамильтона-Якоби.

Лекция 11: Канонические преобразования. Контактные преобразования. Производящие функции.

Рекомендованная литература указана в конце конспекта каждой из лекций.