ПРОГРАММА
экзамена по аналитической геометрии
(осень 2005/2006 уч. года, лектор – П.Г.Гриневич)

1. Закрепленные и свободные вектора. Коллинеарность и компланарность.
2. Линейные операции, линейные комбинации и линейная зависимость векторов. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости. Линейная зависимость объемлющей системы.
3. Условия линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве. Базис. Разложение по базису. Координаты вектора. Аффинная система координат и координаты точки. Ортонормированный базис и прямоугольная система координат.
4. Деление отрезка в данном отношении.
5. Скалярное произведение и его свойства. Запись в ортонормированном базисе. Вычисление угла.
6. Ориентированная площадь параллелограмма относительно базиса и ее свойства, ориентацией пары и ее геометрический смысл. Ориентированный объем параллепипеда относительно ортонормированного базиса, ориентация тройки.
7. Задание ориентации. Ориентированный объем в ориентированном пространстве. Векторное и смешанное произведение, связь с ориентированным объемом в ориентированном пространстве и свойства.
8. Векторное и смешанное произведение в прямоугольных координатах. Связь ориентированного объема относительно базиса с ориентированным объемом в ориентированном пространстве.
9. Формула двойного векторного произведения и тождество Якоби.
10. Прямая на плоскости. Параметрические уравнения. Прямая как кривая первого порядка. Необходимое и достаточное условие задания одной прямой в фиксированной системе координат двумя уравнениями. Нахождение векторов, параллельных прямой. Взаимное расположение двух прямых.
11. Полуплоскости, связанные с линейным уравнением.
12. Пучок прямых на плоскости. Условие принадлежности прямой пучку.
13. Нормальный вектор и расстояние от точки до прямой в прямоугольных координатах. Нормальное уравнение, отклонение.
14. Угол между прямыми на плоскости, связь с полуплоскостями.
15. Параметрические и общее уравнения плоскости. Полуплоскости. Условие параллельности вектора плоскости. Условия взаимного расположения.
16. Пучок плоскостей. Условие принадлежности плоскости пучку.
17. Связка плоскостей. Условие принадлежности плоскости связке.
18. Нормальный вектор, расстояние от точки до плоскости.

19. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей, формула для направляющего вектора.
20. Четыре формулы для прямых в пространстве в прямоугольной системе координат.
21. Замены координат, матрица перехода. Формулы замены координат. Координаты векторов. Композиции замен.
22. Прямоугольные системы координат и ортогональные матрицы. Их свойства. Двумерные ортогональные матрицы.
23. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Их запись в координатах. Независимость определения от выбора системы координат. Действие на векторы. Геометрические свойства.
24. Изометрические преобразования плоскости и пространства. Их свойства и различные определения. Теорема Шаля.
25. Лемма о собственном векторе трехмерной матрицы. Теорема о геометрических видах изометрий пространства.
26. Геометрическое определение эллипса, гиперболы и параболы.
27. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
28. Оптические (фокальные) свойства коник.
29. Аналитические определения коник.
30. Директориальные свойства коник. Фокальный параметр. Полярные уравнения коник.
31. Канонические уравнения кривых второго порядка. Квадрики. Теорема о приведении к каноническому виду.
32. Инварианты многочлена второй степени. Определение типа квадрик.
33. Семиинвариант. Единственность канонического уравнения и его нахождение.
34. Теоремы единственности для кривых второго порядка.
35. Теорема Паскаля. “Построение” кривой второго порядка по пяти заданным точкам.
36. Пересечение кривой второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Инвариантность определения.
37. Пересечение прямых асимптотического и неасимптотического направления с кривой. Типы кривых, связанные с наличием асимптотических направлений.
38. Диаметр, сопряженный неасимптотическому направлению. Диаметры параболы.
39. Центр и его уравнения. Наличие центров: условия. Взаимное расположение центров и диаметров.
40. Взаимно сопряженные диаметры и направления. Диаметры кривой с единственным центром.

41. Главные диаметры и оси симметрии. Связь с собственными векторами.
42. Нахождение вида и расположения кривых второго порядка.
43. Касательные к кривым второго порядка.
44. Метрическая классификация существенных квадрик на плоскости. Сильная метрическая классификация.
45. Аффинная классификация существенных квадрик на плоскости. Сильная аффинная классификация квадрик. Метод Лагранжа.
46. Поверхности второго порядка: определение и теорема о приведении к каноническому виду.
47. Единственность канонического уравнения поверхности.
48. Эллипсоид. Его сечения. Гиперболоиды и их свойства. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
49. Асимптотические направления поверхности. Инвариантность определения. Связь с прямолинейными образующими.
50. Параболоиды и их свойства. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
51. Пересечение прямых асимптотического и неасимптотического направления с поверхностью второго порядка. Сопряженная диаметральная плоскость. Главные направления, нахождение их методом собственных векторов, сопряженная плоскость.
52. Уравнения центра поверхности. Центральные поверхности. Главные направления, нахождение их методом собственных векторов.
53. Касательная прямая и касательная плоскость к поверхности второго порядка. Связь последней с прямолинейными образующими.
54. Аффинная и метрическая классификация пространственных квадрик.
55. Углы Эйлера и трехмерные специальные ортогональные матрицы.
56. Пополненная плоскость, связка прямых, перспективное соответствие, однородные координаты.
57. Проективные преобразования.
58. Проективная прямая. Простое и двойное отношение. Инвариантность последнего. Определение проективного преобразования по трем точкам.
59. Проективная плоскость. Кривые второго порядка на проективной плоскости и их классификация.