ПРОГРАММА
коллоквиума по аналитической геометрии
(осень 2005/2006 уч. года, лектор – П.Г.Гриневич)

1. Закрепленные и свободные вектора. Коллинеарность и компланарность.
2. Линейные операции, линейные комбинации и линейная зависимость векторов.
3. Условия линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве Базис. Разложение по базису. Координаты вектора. Репер.
4. Аффинная система координат и координаты точки. Ортонормированный базис и прямоугольная система координат. Длина в прямоугольной системе координат.
5. Деление отрезка в данном отношении.
6. Скалярное произведение и его свойства. Запись в ортонормированном базисе. Вычисление угла.
7. Ориентированная площадь параллелограмма относительно базиса и ее свойства, ориентацией пары и ее геометрический смысл. Ориентированный объем параллепипеда относительно ортонормированного базиса, ориентация тройки.
8. Задание ориентации. Ориентированный объем в ориентированном пространстве. Векторное и смешанное произведение, связь с ориентированным объемом в ориентированном пространстве и свойства.
9. Векторное и смешанное произведение в прямоугольных координатах. Связь ориентированного объема относительно базиса с ориентированным объемом в ориентированном пространстве.
10. Формула двойного векторного произведения и тождество Якоби.
11. Прямая на плоскости. Параметрические уравнения. Прямая как кривая первого порядка. Необходимое и достаточное условие задания одной прямой в фиксированной системе координат двумя уравнениями. Нахождение векторов, параллельных прямой. Взаимное расположение двух прямых.
12. Полуплоскости, связанные с линейным уравнением.
13. Пучок прямых на плоскости. Условие принадлежности прямой пучку.
14. Нормальный вектор и расстояние от точки до прямой в прямоугольных координатах.
15. Угол между прямыми на плоскости, связь с полуплоскостями.

16. Параметрические и общее уравнения плоскости. Полуплоскости. Условие параллельности вектора плоскости. Условия взаимного расположения.
17. Пучок плоскостей. Условие принадлежности плоскости пучку.
18. Связка плоскостей. Условие принадлежности плоскости связке.
19. Нормальный вектор, расстояние от точки до плоскости.
20. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей, формула для направляющего вектора.
21. Четыре формулы для прямых в пространстве в прямоугольной системе координат (угол между прямыми с параметрическим уравнением, угол между прямой и плоскостью, расстояние между скрещивающимися прямыми, расстояние от точки до параметрической прямой).
22. Замены координат, матрица перехода. Формулы замены координат. Координаты векторов. Композиции замен.
23. Прямоугольные системы координат и ортогональные матрицы. Их свойства. Двумерные ортогональные матрицы.
24. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Их запись в координатах. Преобразовние коэффициентов линейного отображения при заменах систем координат. Действие на векторы.
25. Изометрические преобразования плоскости и пространства. Их свойства и различные определения. Теорема Шаля.
26. Лемма о собственном векторе трехмерной матрицы. Теорема о геометрических видах изометрий пространства.
27. Канонические уравнения кривых второго порядка. Квадрики. Теорема о приведении к каноническому виду аффинным преобразованием.
28. Теорема о приведении кривой второго порядка к каноническому виду изометрическим преобразованием.
29. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
30. Оптические (фокальные) свойства коник.
31. Директориальные свойства коник. Фокальный параметр. Полярные уравнения коник.