П.Г.Гриневич

Программа курса “Современная геометрия” весна 2009 г.

Кафедра ФОПФ МФТИ Проблемы теоретической физики при ИТФ им. Л.Д.Ландау

1. Понятие топологического пространства. Открытые и замкнутые множества. Непрерывные отображения. Гомеоморфность. Компактность. [1], [2], [4], [5], [6].

2. Хаусдорфовы топологические пространства. Метрические пространства. Нормированные линейные пространства. [1], [2], [4], [7], [6].

3. Понятие непрерывного многообразия. Понятие гладкого многообразия. Многообразия, задаваемые системой уравнений. [1], [2], [4], [6].

4. Ориентируемость. Разбиение единицы. Гомотопия. Гомотопическая эквивалентность. [1], [2], [4], [6].

5. Фундаментальная группа. Фундаментальная группа окружности, букета окружностей. [1], [2], [3].

6. Накрытие (над локально стягиваемыми пространствами). Теорема о накрывающей гомотопии. [1], [2], [3].

7. Связь фундаментальных групп накрывающего и накрываемого пространства. Классификация накрытий в терминах подгрупп фудаментальной группы. Универсальная накрывающая. Универсальные накрывающие групп $SO(3)$ и $SO(4)$. Универсальные накрывающие двумерных многообразий. [1], [2], [3].

8. Понятие группы Ли и алгебры Ли. Экспоненциальное отображение. [1], [2], [8], [12].

9. Алгебра Ли матричной группы Ли. Алгебра Ли как алгебра левоинвариантных векторных полей. [1], [2], [8], [12].

10. Универсальная обертывающая алгебра алгебры Ли. Теорема Пуанкаре-Биркгоффа-Витта о базисе универсальной обертывающей алгебры. [9], [11], [10] .

11. Свободная алгебра Ли, порожденная системой образующих. Теорема Фридрихса о характеризации элементов свободной алгебры, лежащих в свободной алгебре Ли в терминах диагонального оператора. [11], [9].

12. Построение локальной группы Ли по алгебре Ли (формулы Кэмпбелла-Хаусдорфа). [9], [12], [10].

13. Матричные алгебры, все элементы которых нильпотентны. Теорема Энгеля. Нильпотентные алгебры Ли. [9], [11], [10], [8].

14. Разрешимые алгебры Ли. Теорема Ли. [11], [10], [8], [9].

15. Форма Картана-Киллинга. Критерий разрешимости алгебры Ли в терминах формы Картана-Киллинга. [11], [10], [8], [9],.

16. Подалгебра Картана. Теорема существования подалгебр Картана. Корневое разложение по подалгебре Картана. [9], [11], [10], [8].

17. Подалгебра Картана простой алгебры Ли. Свойства системы корней алгебры Ли. Одномерность корневых подпространств простой алгебры Ли. [9], [11], [10], [8].

18. Системы корней в двумерном пространстве. [9], [11], [10], [8].

19. Диаграммы Дынкина. [9], [11], [10], [8].

20. Теорема классификации диаграмм Дынкина.[9], [11], [10], [8].

Список литературы

[1] С.П.Новиков, И.А.Тайманов “Современные геометрические структуры и поля”. М:Издательство МЦНМО 2005.

[2] Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. “Современная геометрия”. М.: Наука. 1986.

[3] У.Масси, Дж.Столлингс. “Алгебраическая топология. Введение.” М:Мир, 1977.

[4] Дж.Милнор, А Уоллес. “Дифференциальная топология. Начальный курс.” М:Мир, 1972

[5] Н.Стинрод, У.Чинн “Первые понятия топологии” М:Мир, 1967.

[6] М.М.Постников. “Введение в теорию Морса” М.: Наука. 1971.

[7] М.Рид, Б.Саймон “Методы современной математической физики. т.1 Функциональный анализ”. М:Мир, 1977.

[8] Ж.П.Серр. “Алгебры Ли и группы Ли.” М:Мир, 1969.

[9] Н.Джекобсон. “Алгебры Ли.” М:Мир, 1964.

[10] М.Гото, Ф.Гросханс. “Полупростые алгебры Ли.” М:Мир, 1981.

[11] Дж. Хамфрис “Введение в теорию алгебр Ли и их представлений”. М:Издательство МЦНМО 2003.

[12] А.А.Кириллов. “Элементы теории представлений.” М.: Наука. 1978.