Программа курса

Современная геометрия

Кафедра ФОПФ МФТИ Проблемы теоретической физики
при ИТФ им. Л.Д.Ландау
весенний семестр 2007/2008г.

1. Понятие топологического пространства. Открытые и замкнутые множества. Вторая аксиома отделимости. Непрерывное отображение. Гомеоморфность. [1], [3], [4], [2], [8].

2. Понятие n-мерного многообразия. Гладкое отображение многообразий. Тензорные поля на многообразиях. [1], [3], [4].

3. Фундаментальная группа топологического пространства. Простейшие примеры. [1], [2].

4. Накрытие над локально односвязным пространством. Универсальное накрывающее пространство. Связь фундаментальных групп накрывающего и накрываемого пространства. Описание всех накрытий данного пространства в терминах фундаментальной группы. Универсальные накрывающие пространства двумерных поверхностей. [1], [2].

5. Определение группы Ли. Алгебра Ли группы Ли как алгебра левоинвариантных векторных полей. [1], [5], [8].

6. Универсальная обертывающая алгебра алгебры Ли. Теорема Пуанкаре-Биркгоффа-Витта о базисе универсальной обертывающей алгебры. [6], [7].

7. Свободная алгебра, порожденная системой образующих. Диагональный оператор. [6].

8. Свободная алгебра Ли, порожденная системой образующих. Теорема Фридрихса о характеризации элементов свободной алгебры, лежащих в свободной алгебре Ли в терминах диагонального оператора. [6].

9. Построение локальной группы Ли по алгебре Ли (формулы Кэмпбелла-Хаусдорфа). [6], [8], [7].

10. Матричные алгебры, все элементы которых нильпотентны. Теорема Энгеля. Нильпотентные алгебры Ли. [6], [7], [5].

11. Разрешимые алгебры Ли. Теорема Ли. [6], [7], [5].

12. Подалгебра Картана. Теорема существования подалгебр Картана. Корневое разложение по подалгебре Картана. [6], [7], [5].

13. Форма Картана-Киллинга. Необходимое и достаточное условие разрешимости алгебры Ли в терминах формы Картана-Киллинга. Невырожденность формы Картана-Киллинга на простых алгебрах Ли. [6], [7], [5].

14. Одномерность корневых подпространств простой алгебры Ли. [6], [7], [5].

15. Системы корней в двумерном пространстве. [6], [7], [5].

16. Диаграммы Дынкина. [6], [7], [5].

17. Теорема классификации диаграмм Дынкина.[6], [7], [5].

18. Диаграммы Дынкина классических алгебр Ли.[6], [7], [5].

Список литературы

[1] Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. “Современная геометрия”. М.: Наука. 1986.

[2] У.Масси, Дж.Столлингс. “Алгебраическая топология. Введение.” М:Мир, 1977.

[3] Дж.Милнор, А Уоллес. “Дифференциальная топология. Начальный курс.” М:Мир, 1972

[4] М.М.Постников. “Введение в теорию Морса” М.: Наука. 1971.

[5] Ж.П.Серр. “Алгебры Ли и группы Ли.” М:Мир, 1969.

[6] Н.Джекобсон. “Алгебры Ли.” М:Мир, 1964.

[7] М.Гото, Ф.Гросханс. “Полупростые алгебры Ли.” М:Мир, 1981.

[8] А.А.Кириллов. “Элементы теории представлений.” М.: Наука. 1978.