Вопросы экзамена по курсу “Элементы теории интегрируемых систем”
весна 2009 г.

1. Уравнение Кортевега-де Фриза. Представление Лакса для уравнения Кортевега-де Фриза.

2. Преобразование рассеяния для одномерного стационарного оператора Шредингера с убывающими на бесконечности коэффициентами. Непрерывный и дискретный спектр. Данные рассеяния.

3. Динамика KdV в терминах данных рассеяния.

4. Полуцелые степени оператора Шредингера. Высшие KdV. Динамика высших KdV в терминах данных рассеяния.

5. Два подхода к гамильтонову формализму – симплектические многообразия и Пуассоновы многообразия. Примеры пуассоновых структур. Понятие симплектического листа (без доказательства.)

6. Понятие гамильтоновой системы. Скобка Пуассона и коммутатор гамильтоновых векторных полей.

7. Производная Ли. Теорема Лиувилля о сохранении симплектической структуры и фазового объема в гамильтоновых системах.

8. Функционалы на пространствах функций. Дифференциируемость функционала (без обсуждения точных функциональных классов). Вариационная производная. Скобки Пуассона функционалов.

9. Вариационная производная локального функционала. Гамильтонова форма уравнения Кортевега-де Фриза. Скобка Гарднера- Захарова-Фаддеева.

10. Уравнение 3-го порядка на квадраты волновых функций оператора Шредингера. Уравнение Рикатти. Локальные формулы для коэффициентов разложения $a(k)$ при больших k.

11. Вариация коэффициента прохождения $\frac{\delta a(k)}{\delta u(x)}$.

12. Скобка Ленарда-Магри. Понятие бигамильтоновой системы. KdV как бигамильтонова система.

13. Функция Грина одномерного оператора Шредингера. Интегральные уравнения прямого преобразования рассеяния. Их вольтерровость.

14. Аналитические свойства собственных функций оператора Шредингера в области комплексных импульсов.

15. Обратная задача рассеяния для одномерного стационарного оператора Шредингера с убывающими на бесконечности коэффициентами: решение в терминах задачи Римана о факторизации.

16. Сведение задачи Римана к системе сингулярных интегральных уравнений с помощью формулы Племеля-Сохоцкого. Формула, выражающая потенциал через асимптотику волновой функции при больших импульсах.

17. Безотражательные потенциалы – многосолитонные решениия KdV. Явные формулы.