Вопросы экзамена по курсу “Элементы теории интегрируемых систем”
весна 2008 г.

1. Два подхода к гамильтонову формализму – симплектические многообразия и Пуассоновы многообразия. Примеры пуассоновых структур. Понятие симплектического листа (без доказательства.)

2. Понятие гамильтоновой системы. Скобка Пуассона и коммутатор гамильтоновых векторных полей.

3. Теорема Лиувилля о сохранении симплектической структуры и фазового объема в гамильтоновых системах.

4. Теорема Лиувилля о полной интегрируемости.

5. Представление Лакса для уравнения KdV. Полуцелые степени оператора Шредингера. Высшие KdV.

6. Преобразование рассеяния для одномерного стационарного оператора Шредингера с убывающими на бесконечности коэффициентами. Непрерывный и дискретный спектр. Данные рассеяния.

7. Динамика KdV в терминах данных рассеяния. Динамика высших KdV в терминах данных рассеяния.

8. Вариационная производная локального функционала. Гамильтонова форма уравнения Кортевега-де Фриза. Скобка Гарднера- Захарова-Фаддеева.

9. Уравнение 3-го порядка на квадраты волновых функций оператора Шредингера. Уравнение Рикатти. Локальные формулы для коэффициентов разложения $a(k)$ при больших k.

10. Вариация коэффициента прохождения $\frac{\delta a(k)}{\delta u(x)}$

11. Скобка Ленарда-Магри. Понятие бигамильтоновой системы. KdV как бигамильтонова система.

12. Функция Грина одномерного оператора Шредингера. Интегральные уравнения прямого преобразования рассеяния. Их вольтерровость.

13. Аналитические свойства собственных функций оператора Шредингера в области комплексных импульсов.

14. Обратная задача рассеяния для одномерного стационарного оператора Шредингера с убывающими на бесконечности коэффициентами: решение в терминах задачи Римана о факторизации.

15. Сведение задачи Римана к системе сингулярных интегральных уравнений с помощью формулы Племеля-Сохоцкого. Формула, выражающая потенциал через асимптотику волновой функции при больших импульсах.

16. Безотражательные потенциалы – многосолитонные решениия KdV. Явные формулы.