

Захаров Бронислав Глебович

**Радиационные энергетические потери и эффект
Ландау-Померанчука-Мигдала в аморфных средах в
КЭД и КХД: метод интеграла по путям на световом
конусе**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Черноголовка — 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник Б.О. Кербиков
(ФГБУ ГНЦ РФ ИТЭФ, Москва)

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник А.В. Леонидов
(ФГБУ ФИАН, Москва)

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник А.М. Снигирев
(НИИЯФ МГУ, Москва)

Ведущая организация: Национальный исследовательский центр
"Курчатовский институт" Федеральное государственное бюджетное учреждение Государственный научный центр Российской Федерации Институт физики высоких энергий.

Защита состоится 19.02.2016 в 11 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д002.207.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук по адресу: 142432, Московская обл., г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1-А, Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.

С диссертацией можно ознакомиться на сайте <http://www.itp.ac.ru/ru/dissertation-council/> или в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук.

Автореферат разослан “ ____ ” _____ 2015 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

П.Г. Гриневич

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Как известно, квантовая хромодинамика (КХД) предсказывает, что при высоких температурах КХД материя должна существовать в виде кварк-глюонной плазмы (КГП). Решеточные расчеты показывают, что для материи с нулевым барионным химическим потенциалом переход деконфайнмента от адронной фазы, с удержанием кварков и глюонов, в фазу КГП имеет место при температуре $T_c \approx 160$ МэВ [1]. Ожидалось, что горячая КХД материя может рождаться в соударениях тяжелых ядер при высоких энергиях [2]. В настоящее время такие соударения изучаются на современных коллайдерах RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) и LHC (Large Hadron Collider). Основной целью широкой программы экспериментов по АА соударениям на RHIC и LHC и являлось обнаружение рождения КГП и изучение ее свойств. Информация, сигнализирующая о рождении КХД материи, может быть получена, главным образом, по эффектам связанным с влиянием коллективных гидродинамических потоков на спектры адронов с малыми p_T и по прямому влиянию КХД материи на различные характеристики жестких процессов, связанные с взаимодействием струй в конечном состоянии при их прохождении через КХД материю. Для диагностики КГП по модификации струй в АА соударениях за счет взаимодействия в конечном состоянии необходимо понимание энергетических потерь быстрых партонов в КХД материи. Очевидно, что энергетические потери быстрых партонов в КХД материи должны делать функции фрагментации переходов партон \rightarrow адрон более мягким. Поэтому это явление получило в литературе название jet quenching. Какого либо общепринятого русского названия этого явления нет. Мы будем называть это явление охлаждением струй. Одним из основных проявлений охлаждения струй является подавление спектров частиц с большими p_T в АА соударениях по сравнению с предсказываемыми импульсным приближением, т.е. без учета взаимодействия в конечном состоянии. Это подавление, обычно, характеризуется фактором ядерной модификации R_{AA} .

Энергетические потери в КХД материи могут быть связаны с столкновительными потерями (от процессов $2 \rightarrow 2$) и с радиационными процессами от излучения глюонов быстрыми партонами при их многократных перерассеяниях на конstituентах среды. Как и для электронов в обычных веществах, при высоких энергиях партонов основным механизмом энергетических потерь является радиационный механизм. Поэтому для надежной диагностики КГП становится актуальной разработка методов для расчета излучения глюонов индуцированного перерассеяниями быстрых партонов в среде. Мы будем называть это излучение индуцированным, следуя термину induced radiation,

который используется в литературе. Подобно излучению фотонов релятивистскими электронами в веществе, для излучения глюонов в КХД материи может иметь место эффект Ландау-Померанчука-Мигдала (ЛПМ), связанный с тем, что переход типа $a \rightarrow bc$ может становиться в среде коллективным эффектом из-за большой длины когерентности (называемой еще длиной формирования, L_f). Первый квантовый анализ излучения фотонов электронами в режиме большой L_f , когда процесс испускания фотона становится коллективным, был выполнен в работе Мигдала [3]. Расчет индуцированного излучения глюонов в КХД материи и неабелевого аналога эффекта ЛПМ является существенно более сложной задачей, чем в случае КЭД, так как необходимо учитывать не только перераспределения партона родителя, но и перераспределения излучаемого глюона. Первые попытки построения теории радиационных энергетических потерь и эффекта ЛПМ в КХД были предприняты в начале 90х в работах [4, 5]. С тех пор этот вопрос привлекает значительное внимание. В основном, конечно, вследствие его большой важности для исследования КХД материи по данным по охлаждению струй в АА соударениях. Возможность генерации сильных коллективных цветных полей при соударениях ядер (из-за плазменных неустойчивостей в КГП [6] или в цветных трубках предплазменной фазы, называемой глазмой (glasma) [7]) сделала актуальной также исследование неабелевого аналога синхротронных энергетических потерь.

В середине 90х годов появился новый интерес и к эффекту ЛПМ в КЭД. Это связано с появлением первых аккуратных измерений эффекта ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$ в SLAC в коллаборацией E-146 [8] для электронов с энергией $E = 8$ и 25 ГэВ в классическом режиме при $x \ll 1$ ($x = \omega/E$, ω излученная энергия, E энергия электрона). Позднее в эксперименте CERN SPS [9] эффект был измерен для электронов с энергией $E = 146, 207$ и 287 ГэВ в существенно квантовом режиме для широкого диапазона x . Экспериментальные данные [8, 9] оказались в разумном согласии с теорией Мигдала. Однако точность теоретических предсказаний полученных на основе приближения Фоккера-Планка в подходе Мигдала ($\sim 10 - 20\%$) оказалась существенно ниже экспериментальных ошибок, к тому же экспериментальные сечения содержат существенный вклад от излучения нескольких фотонов. Эти факты ограничивают возможность критической проверки теории. Поэтому появление высокоточных данных [8, 9] по эффекту ЛПМ сделало актуальным выполнение более аккуратных расчетов эффекта ЛПМ в КЭД на уровне однофотонного излучения и учет многофотонных процессов при сравнении теории с экспериментом.

Цель работы. Настоящая диссертация ставит следующие основные цели:

1. Разработка нового формализма для расчета сечений радиационных процессов типа $a \rightarrow bc$ в среде, который применим для КЭД и КХД.
2. Исследование в рамках развитого формализма энергетических потерь быстрых партонов в КХД материи и явления охлаждения струй в АА соударениях для условий RHIC–LHC. Одной из важных задач в этом направлении является исследование флейворной зависимости факторов ядерной модификации R_{AA} , которая может дать информацию о зависимости энергетических потерь от массы кварка.
3. Исследование неабелевого аналога синхротронных энергетических потерь, и применения развитого формализма для оценок эффекта коллективных цветных полей в фазе КГП и глазмы на энергетические потери быстрых партонов в АА соударениях при энергиях RHIC–LHC.
4. Проведение детального сравнения теории с высокоточными экспериментальными данными по эффекту ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$, полученными в SLAC [8] и CERN SPS [9].

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. В рамках пертурбативной КХД построена теория радиационных энергетических потерь быстрых партонов в КХД материи и неабелевого эффекта ЛПМ. Развитая теория основана на концептуально новом методе интеграла по путям на световом конусе (поэтому мы называем ее LCPI (от light cone path integral) формализмом). Подход применим для произвольных процессов расщепления быстрых частиц типа $a \rightarrow bc$ в аморфной среде индуцированных многократными перерассеяниями быстрых частиц в среде. Спектр перехода $a \rightarrow bc$ по фейнмановской переменной x выражен через решение двумерного уравнения Шредингера с мнимым потенциалом, который пропорционален полному сечению рассеяния фиктивной системы $bc\bar{a}$ на отдельном конstituенте среды, $\sigma_{bc\bar{a}}$. LCPI подход является существенно более общим, чем развитый почти одновременно метод BDMPS [10], и развитые позднее подходы GLV [11] и AMY [12–14]. Подход LCPI одинаково применим для быстрых партонов в КХД материи и в КЭД для быстрых частиц в обычных аморфных средах.
2. В рамках LCPI формализма показано, что для быстрых партонов рождающихся в КХД материи конечного размера с постоянной плотностью ра-

радиационные энергетические потери ΔE как в режиме сильного, так и слабого эффекта ЛПМ имеют зависимость от длины пути в среде $\Delta E \propto L^2$ для достаточно малых L , которая для режима сильного эффекта ЛПМ для безмассовых партонов была впервые обнаружена в [10]. Зависимость $\Delta E \propto L^2$ переходит в обычную линейную форму $\Delta E \propto L$ только когда для всех энергий излучаемых глюонов длина формирования удовлетворяет неравенству $L_f \ll L$.

3. Разработан эффективный метод для расчетов вероятности индуцированного перехода $a \rightarrow bc$ через решение уравнения Шредингера для волновой функции системы $b\bar{c}a$ в среде с плавными граничными условиями и с бегущим зарядом, который делает возможным аккуратное численное моделирование радиационных потерь в КГП для реалистических моделей эволюции КГП в условиях соударения тяжелых ядер.
4. Используя LCP1 формализм, мы показали, что для условий AA соударений на RHIC и LHC радиационные потери энергии быстрых партонов в расширяющейся КГП больше столкновительных потерь на фактор $\sim 3 - 5$.
5. Мы впервые провели прямое вычисление вклада однократного рассеяния $N = 1$ в спектр индуцированного излучения глюонов вне рамок приближения мягких глюонов для произвольных фейнмановских x в импульсном представлении теории возмущений КХД. Используя полученные формулы для спектра глюонов, мы исследовали возможный эффект от конечных кинематических пределов на энергетические потери. Было показано, что, вопреки ранее сделанным в литературе утверждениям о сильном подавлении энергетических потерь при учете кинематических пределов [15], кинематический эффект мал уже для партонов с энергией ~ 5 ГэВ. Этот факт оправдывает применимость LCP1 подхода, который сформулирован в координатном представлении и пренебрегает кинематическими ограничениями по импульсам, для вычисления энергетических потерь струй в AA соударениях для условий RHIC и LHC.
6. Показано, что для партонов в конечной КГП вычисление индуцированного спектра глюонов в главном логарифмическом приближении, которое соответствует коллинеарному разложению жесткого блока диаграмм описывающих рождение глюона по поперечному импульсу t -канальных глюонов, для безмассовых партонов дает нулевой спектр при учете только однократного рассеяния. Показано, что ненулевой результат для спектра глюонов от вклада $N = 1$ рассеяния, полученный в этом приближе-

нии в подходе высших твистов [16, 17], связан с ошибками при выполнении коллинеарного разложения.

7. Путем аналитических расчетов вклада $N = 1$ рассеяния для процесса $q \rightarrow gq$ в импульсном представлении показано, что в режиме когда длина формирования превышает размер среды, индуцированный спектр глюонов растет с ростом массы кварка. Численные расчеты в подходе LCPI при учете всех перерассеяний подтверждают это. Вклад глюонов с $L_f \gtrsim L$ для условий КГП для RHIC и LHC приводит к тому, что при энергиях $E \gtrsim 150 - 200$ ГэВ имеет место неравенство для энергетических потерь кварков

$$\Delta E_b > \Delta E_c > \Delta E_{u,d}.$$

Обнаруженная массовая зависимость спектра в режиме $L_f \gtrsim L$ находится в противоречии с предсказанием модели мертвого конуса Докшицера-Харзеева [18], которая предсказывает убывание спектра глюонов с массой кварка.

8. Мы показали, что для индуцированного (тормозного) излучения фотонов быстрыми легкими кварками в КГП в AA соударениях эффект конечного размера среды радикально меняет спектр фотонов. Он трансформирует спектр Бете-Гайтлера $\propto 1/x$ в спектр примерно $\propto 1/(1-x)$ (за исключением узкой области $1-x \lesssim Lm_q^2/E_q$, $L \sim R_A$, R_A радиус ядра).
9. Построена модель для вычисления модификации спектров частиц с большими p_T в AA соударениях от взаимодействия струй с КГП с использованием индуцированного спектра глюонов вычисляемого в подходе LCPI с бегущей α_s с учетом флуктуаций длин путей партонов в среде. Модель учитывает также столкновительные потери, вычисляемые с аккуратной трактовкой кинематики процессов $2 \rightarrow 2$ и статистических факторов партонов в КГП. Показано, что развитая схема дает разумное согласие с данными RHIC и LHC по ядерному фактору модификации R_{AA} . Установлено, что данные RHIC и LHC по R_{AA} требуют уменьшения α_s в КГП при переходе от RHIC к LHC, что может свидетельствовать о более сильном термическом подавлении заряда в более горячей КГП при энергиях LHC. Вопреки имеющимся в литературе утверждениям о невозможности одновременного описания фактора R_{AA} для легких и тяжелых флейворов, наши результаты дают вполне разумное описание флейворной зависимости R_{AA} , измеряемой по R_{AA} для легких адронов, электронов от распадов тяжелых мезонов, и D -мезонов.

10. Впервые построен квазиклассический формализм для расчета неабелевого аналога синхротронного излучения в коллективных цветных полях. Показано, что более ранний анализ синхротронного излучения в КХД в работе Шурыка и Захеда [19] в методе собственного времени Швингера ведет к физически абсурдным предсказаниям. В рамках развитого нами формализма мы выполнили оценки энергетических потерь в коллективных цветных полях, которые могут генерироваться в КГП плазменными неустойчивостями. Показано, что даже в сценарии с существенным ($\sim 30\%$) вкладом коллективных полей в полную энергию КГП синхротронные потери должны быть не очень велики (порядка вклада столкновительных потерь).
11. Используя развитый формализм для энергетических потерь синхротронного типа, мы впервые провели расчет вклада в энергетические потери партонов от взаимодействия с трубками сильных цветных коллективных полей в фазе глазмы, которая может предшествовать фазе КГП. Мы показали, что глазма может приводить к излучению мягких глюонов в широком интервале углов. Однако наши расчеты показывают, что вклад глазмы в энергетические потери быстрых партонов существенно меньше радиационных энергетических потерь в КГП.
12. Мы получили в рамках LCP1 формализма формулу для спектра процессов $e \rightarrow \gamma e$, $\gamma \rightarrow e^+e^-$ на конечной мишени в форме суммы спектра Бете-Гайтлера и абсорбционной поправки (аналогичной глауберовской поправке для сечения взаимодействия адронов с ядрами), которая описывает эффект ЛПМ. Полученная форма использовалась для численных расчетов с аккуратной трактовкой кулоновских эффектов при сравнении с данными по эффекту ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$ полученными в SLAC [8] и CERN SPS [9]. Для сравнения с этими данными, которые дают спектр по полной излученной энергии, были получены простые формулы для K -фактора учитывающего эффект от многофотонных процессов. Проведенное сравнение показало согласие теории с экспериментом с отклонениями на уровне радиационных поправок.

Научная новизна:

1. Построенный в диссертации общий формализм LCP1 для расчета процессов типа $a \rightarrow bc$ в аморфных средах в КЭД и КХД на основе метода интеграла по путям на световом конусе является новым. В рамках этого формализма мы провели первый последовательный анализ энергетических потерь быстрых партонов и эффекта ЛПМ в КХД материи.

2. В рамках LCP1 формализма мы впервые показали, что для быстрых партонов рождающихся в КХД материи конечного размера с постоянной плотностью радиационные энергетические потери ΔE как в режиме сильного, так и слабого эффекта ЛПМ имеют зависимость от длины пути в среде $\Delta E \propto L^2$ для достаточно малых L , которая для режима сильного эффекта ЛПМ для безмассовых партонов была впервые обнаружена в [10].
3. Мы впервые разработали эффективный метод для расчета вероятности индуцированного перехода $a \rightarrow bc$ через решение уравнения Шредингера для волновой функции системы $b\bar{c}\bar{a}$ в среде с плавными граничными условиями и с бегущим зарядом, который делает возможным аккуратное численное моделирование радиационных потерь в КГП для реалистических моделей эволюции КГП в условиях соударения тяжелых ядер.
4. Проведенное нами прямое вычисление вклада однократного рассеяния $N = 1$ в спектр индуцированного излучения глюонов вне рамок приближения мягких глюонов для произвольных фейнмановских x в импульсном представлении теории возмущений КХД является первым. Используя эти результаты, мы впервые показали, что кинематические ограничения несущественны для энергетических потерь партонов с энергией $\gtrsim 5$ ГэВ.
5. Мы впервые показали, что для партонов в конечной КГП вычисление индуцированного спектра глюонов в главном логарифмическом приближении для безмассовых партонов дает нулевой спектр при учете только однократного рассеяния. Мы впервые продемонстрировали, что ненулевой результат для спектра глюонов от вклада $N = 1$ рассеяния, полученный в этом приближении в подходе высших твистов [16, 17], связан с ошибками при выполнении коллинеарного разложения.
6. Впервые показано, что в режиме когда длина формирования превышает размер среды, индуцированный спектр глюонов растет с ростом массы кварка. Для условий КГП для RHIC и LHC это приводит к тому, что при энергиях $E \gtrsim 150 - 200$ ГэВ имеет место рост полных энергетических потерь кварков с их массой.
7. Мы впервые показали, что для индуцированного (тормозного) излучения фотонов быстрыми легкими кварками в КГП в AA соударениях эффект конечного размера среды трансформирует спектр Бете-Гайтлера $\propto 1/x$ в спектр примерно $\propto 1/(1-x)$ (за исключением узкой области $1-x \lesssim R_A m_q^2 / E_q$).

8. Построенная нами модель для вычисления модификации спектров частиц с большими p_T в AA соударениях от взаимодействия струй с КГП с использованием индуцированного спектра глюонов вычисляемого в подходе LCP1 с бегущей α_s с учетом флуктуаций длин путей партонов в среде является новой. В этой модели радиационные энергетические потери впервые трактуются с аккуратной трактовкой кулоновских эффектов в перерасеяниях партонов любой кратности и вне рамок приближения мягких глюонов. В рамках нашей модели мы впервые установили, что данные RHIC и LHC по R_{AA} требуют уменьшения α_s в КГП при переходе от RHIC к LHC, что может свидетельствовать о более сильном термическом подавлении заряда в более горячей КГП при энергиях LHC. Мы впервые продемонстрировали возможность одновременного описания фактора R_{AA} для легких и тяжелых флейворов.
9. Построенный нами квазиклассический формализм для расчета неабелевого аналога синхротронного излучения в коллективных цветных полях является новым. В рамках развитого нами формализма мы впервые выполнили оценки энергетических потерь в коллективных цветных полях, которые могут генерироваться в КГП плазменными неустойчивостями. Используя развитый формализм, мы также впервые провели расчет вклада в энергетические потери партонов от взаимодействия с трубками сильных цветных коллективных полей в фазе глазмы, и показали, что эффект глазмы мал.
10. Мы впервые получили формулу для спектра процессов $e \rightarrow \gamma e$, $\gamma \rightarrow e^+e^-$ на конечной мишени в форме суммы спектра Бете-Гайтлера и абсорбционной поправки (аналогичной глауберовской поправке для сечения взаимодействия адронов с ядрами), которая описывает эффект ЛПМ. Полученная форма использовалась для первых численных расчетов с аккуратной трактовкой кулоновских эффектов при сравнении с данными по эффекту ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$ полученными в SLAC [8] и CERN SPS [9]. Для сравнения с этими данными, которые дают спектр по полной излученной энергии, были впервые получены простые формулы для K -фактора для описания эффекта от многофотонных процессов. Проведенное сравнение впервые показало согласие теории с экспериментом на уровне радиационных поправок.

Практическая значимость. Развитый в работе формализм создал твердую теоретическую базу для исследования охлаждения струй в AA соударениях. В работах автора на основе LCP1 формул для одоглюонного спектра была впервые развита расчетная схема для анализа охлаждения струй с

бегущей α_s с аккуратной трактовкой кулоновских эффектов вне рамок приближения мягких глюонов. Расчеты в рамках этой модели продемонстрировали согласованность параметров КГП определяемых по экспериментальным множественностям и по моделированию AA соударений в гидродинамических моделях с параметрами КГП необходимыми для согласия с данными по ядерному фактору модификации R_{AA} для частиц с большими p_T . Подход интеграла по путям в нашей форме использовался в целом ряде работ других авторов по эффекту ЛПМ и энергетическим потерям в КХД материи [20–23]. Он лежит в основе подхода известного как ASW (Armesto, Salgado, Wiedemann) [24, 25] к охлаждению струй в AA соударениях. Диаграммная техника для представления спектра глюонов через пропагаторы двумерных уравнений Шредингера (несколько напоминающая диаграммы в технике Келдыша [26]) оказалась удобной для исследования модификации струй с учетом излучения нескольких глюонов [27–31].

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается целым рядом факторов. Вывод формул подхода LCPI для переходов типа $a \rightarrow bc$ в среде в модели статических центров можно считать строгим в приближении малых углов. Применимость приближения малых углов для КЭД не вызывает сомнений. Для случая КГП в условиях AA соударений при энергиях RHIC-LHC возможные ошибки от приближения малых углов были оценены путем сравнения формул LCPI подхода в координатном представлении с прямыми расчетами вклада однократного рассеяния через фейнмановские диаграммы в импульсном представлении. Это сравнение показало малость возможных ошибок связанных с перерассеяниями на большие углы. В концептуальном плане формулы LCPI подхода были подтверждены согласием с вычислениями в работе Baier, Dorshitzer, Mueller, Schiff [32] в режиме сильного эффекта ЛПМ, а также с более поздними расчетами Arnold, Moore, Yaffe [12–14] в рамках полевого подхода в технике Келдыша для однородной КГП. Наши результаты для неабелевых синхротронных потерь были подтверждены расчетами в формализме метода собственного времени Швингера в работе [33] в приближении мягких глюонов.

Апробация работы. Результаты работ, на которых основана диссертации, докладывались на многих международных конференциях: XIth Quark Confinement and the Hadron Spectrum, September 8–12, 2014, Saint-Petersburg State University, Russia; Ginzburg conference on Physics, May 28–June 02, 2012, Lebedev Institute RAS, Moscow; 46th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions: La Thuile, Italy, March 20-27, 2011; Quark Matter 2011, Annecy, France, 23-28 May 2011; Quantifying the Properties of Hot QCD Matter, Institute for Nuclear Theory University of Washington, Seattle, USA,

May 24 - July 16, 2010; 4th International Sakharov Conference on Physics, May 18–23, 2009, Lebedev Institute RAS, Moscow; 5th International Workshop on Diffraction in high-energy physics (Diffraction 2008): La Londe-les-Maures, France, September 9-14, 2008; 43rd Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions: La Thuile, Italy, March 8-15, 2008; International Workshop on Diffraction in High-Energy Physics, Cala Gonone, Sardinia, Italy, 18-23 Sep 2004; 34th Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 20-27, 1999; 33rd Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 21-28, 1998; IV Workshop on Quantum Chromodynamics, the American University of Paris, Paris, France, 1-6 June 1998.

Результаты работ были также доложены на семинарах в ведущих научных центрах и университетах. Этот список включает: Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия; Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия; Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия; Научный Гельмгольц-центр Дрезден-Россендорф (Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf), ФРГ; Центр исследования тяжелых ионов (GSI), Дармштадт, ФРГ; Билефельдский университет, Билефельд, ФРГ; Научно-исследовательский центра Юлиха, ФРГ; Гейдельбергский университет, Гейдельберг, ФРГ; Научный центр «Немецкий Электронный Синхротрон» (DESY), Гамбург, ФРГ; Вуппертальский университет, Вупперталь, ФРГ; Международный центр теоретической физики (ICTP), Триест, Италия; Феррарский Университет, Феррара, Италия; Перуджинский университет, Перуджа, Италия; Центр ядерных исследований (CeA), Сакле, Франция; Лаборатория теоретической физики Университета Парижа XI, Орсе, Франция; Институт Нильса Бора, Копенгаген, Дания; Ювяскюльский Университет, Ювяскюля (Jyväskylä), Финляндии; Брукхейвенская национальная лаборатория (BNL), штат Нью-Йорк, США; Национальная лаборатория им. Лоуренса в Беркли, США; Институт теории ядра, Сиэтл, США; Уханьский технический университет, Ухань, Китай.

Диссертационная работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ 06-0216078-а, 12-02-00063-а.

Личный вклад. Все основные работы по теме диссертации выполнены без соавторов. В небольшой части работ, выполненных с соавторами, доля автора на всех стадиях работ не меньше $1/(\text{число авторов})$.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 23 статьях в журналах входящих в систему Web of Science и в трудах ряда международных конференций (ссылки [1-23] и [24-32], соответственно, в списке работ автора по теме диссертации).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, списка литературы из 251 наименований и шести приложений. Объем диссертации составляет 200 страниц, диссертация содержит 50 рисунков.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследования энергетических потерь и эффекта ЛПМ в КЭД и КХД. Дается краткий обзор истории вопроса. Сформулированы основные цели и научная новизна представляемой работы, изложено расположение материала по главам.

Первая глава посвящена изложению основных положений подхода LSP1 на примере процесса $a \rightarrow bc$ в среде для скалярных частиц в КЭД. В разделе 1.1 выводится представление для спектра перехода $a \rightarrow bc$ через функции Грина двумерного уравнения Шредингера. Элемент \hat{S} -матрицы для индуцированного перехода $a \rightarrow bc$ записывается в форме

$$\langle bc|\hat{S}|a\rangle = i \int dt d\mathbf{r} \lambda \psi_b^*(t, \mathbf{r}) \psi_c^*(t, \mathbf{r}) \psi_a(t, \mathbf{r}), \quad (1)$$

где ψ_i волновые функции частиц во внешнем поле. Для начальной частицы $i = a$ следует брать приходящие волновые функции, а для конечных частиц $i = b, c$ уходящие волновые функции (ин-решения и аут-решения). Волновые функции быстрых частиц в вакууме при $E_i \gg m_i$ являются быстро осциллирующими функциями переменных t и z . Поэтому удобно записать ψ_i в такой форме

$$\psi_i(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2E_i}} \exp[-iE_i(t - z)] \phi_i(t, \mathbf{r}). \quad (2)$$

Очевидно, что в форме (2) зависимость ϕ_i (мы будем называть эти функции поперечными волновыми функциями) по t при $t - z = \text{const}$ должна быть плавной. При фиксированном $t - z$ функции ϕ_i можно рассматривать как функции одной продольной переменной z и поперечного вектора $\boldsymbol{\rho}$, Тогда S -матричный элемент, после интегрирования по t , можно записать как

$$\langle bc|\hat{S}|a\rangle = \frac{i2\pi\delta(E_b + E_c - E_a)}{\sqrt{8E_a E_b E_c}} \int dz d\boldsymbol{\rho} \lambda \phi_b^*(z, \boldsymbol{\rho}) \phi_c^*(z, \boldsymbol{\rho}) \phi_a(z, \boldsymbol{\rho}). \quad (3)$$

Используя золотое правило Ферми, из (3) для дифференциального сечения процесса $a \rightarrow bc$ усредненного по состояниям мишени можно получить

$$\frac{d^5\sigma}{dx d\mathbf{q}_b d\mathbf{q}_c} = \frac{2}{(2\pi)^4} \text{Re} \int d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 \int_{z_1 < z_2} dz_1 dz_2 g \langle F(z_1, \boldsymbol{\rho}_1) F^*(z_2, \boldsymbol{\rho}_2) \rangle, \quad (4)$$

где $F(z, \boldsymbol{\rho}) = \phi_b^*(z, \boldsymbol{\rho})\phi_c^*(z, \boldsymbol{\rho})\phi_a(z, \boldsymbol{\rho})$, $\mathbf{q}_{b,c}$ поперечные импульсы частиц b и c , $x = x_b$ (ниже мы используем обозначения $x_b = E_b/E_a$, $x_c = E_c/E_a$), $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по состояниям мишени, g обозначает вершинный фактор

$$g = \frac{\lambda^2}{16\pi x(1-x)E_a^2}. \quad (5)$$

При $E_i \gg m_i$ после подстановки (2) в уравнение Клейна-Гордона, в лидирующим по энергии порядке можно получить уравнение для $\phi_i(z, \boldsymbol{\rho})$

$$i \frac{\partial \phi_i}{\partial z} = \hat{H}_i \phi_i, \quad (6)$$

$$\hat{H}_i = \frac{(\mathbf{p}_\perp - e_i \mathbf{A}_\perp)^2 + m_i^2}{2\mu_i} + e_i U, \quad U = A^0 - A^3, \quad (7)$$

где $\mu_i = E_i$.

Волновые функции для начальной и конечных частиц могут быть выражены через их значения на плоскости далеко до ($z = z_i$) и после ($z = z_f$) мишени через запаздывающие и опережающие функции Грина уравнения (6). Используя соотношение между опережающей и запаздывающей функцией Грина $K_{ret}(\boldsymbol{\rho}_2, t_2 | \boldsymbol{\rho}_1, t_1) = K_{adv}^*(\boldsymbol{\rho}_1, t_1 | \boldsymbol{\rho}_2, t_2)$, дифференциальное сечение может быть выражено только через запаздывающие функции Грина и поперечные матрицы плотности начальной частицы при $z = z_i$ и конечных частиц при $z = z_f$ и запаздывающие функции Грина, как показано на Рис. 1а. На этой диаграмме функции Грина K_i (K_i^*) показаны как \rightarrow (\leftarrow). То-



Рис. 1: (а) Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$; (б) диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечному импульсу частицы c .

чечные линии показывают поперечные матрицы плотности для плоских волн $\rho_i(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \exp[i\mathbf{q}_i(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')].$

Спектр проинтегрированный по импульсу \mathbf{q}_c получается при использовании матрицы плотности частицы c вида δ -функции. В этом случае диаграмма Рис. 1а может быть трансформирована в диаграмму показанную на Рис. 1б. Выражение соответствующее диаграмме Рис. 1б имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{dx d\mathbf{q}_b} = & \frac{2}{(2\pi)^2} \text{Re} \int d\boldsymbol{\rho}_{b,f} d\boldsymbol{\rho}'_{b,f} d\boldsymbol{\rho}_b d\boldsymbol{\rho}'_b d\boldsymbol{\rho}_a d\boldsymbol{\rho}'_a d\boldsymbol{\rho}_{a,i} d\boldsymbol{\rho}'_{a,i} \exp[-i\mathbf{q}_b(\boldsymbol{\rho}_{b,f} - \boldsymbol{\rho}'_{b,f})] \\ & \times \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g \bar{S}_{b\bar{b}}(\boldsymbol{\rho}_{b,f}, \boldsymbol{\rho}'_{b,f}, z_f | \boldsymbol{\rho}_b, \boldsymbol{\rho}'_b, z_2) \bar{S}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_b, \boldsymbol{\rho}'_b, z_2 | \boldsymbol{\rho}_a, \boldsymbol{\rho}'_a, z_1) \\ & \times \bar{S}_{a\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_a, \boldsymbol{\rho}'_a, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{a,i}, \boldsymbol{\rho}'_{a,i}, z_i), \end{aligned} \quad (8)$$

$S_{b\bar{b}}$, $S_{a\bar{a}}$, $S_{bc\bar{a}}$ определены так

$$S_{i\bar{i}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = K_i(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_i^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1), \quad (9)$$

$$S_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = K_b(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_c(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) K_a^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1). \quad (10)$$

Здесь надчеркивание означает усреднение по состояниям среды. В этой форме учтено, что для длины формирования L_f много больше размеров атома в веществе усреднение по состояниям среды может быть выполнено независимо на участках с состояниями $a\bar{a}$, $bc\bar{a}$, $b\bar{b}$. Мы записываем функции Грина в форме интеграла по путям [34], а в формуле для спектра усредняем по состояниям мишени под знаком функционального интегрирования.

После изменения порядка функционального интегрирования и усреднения по состояниям материи, часть функциональных интегрирований можно выполнить аналитически. Результат для двухчастичного оператора имеет вид

$$\bar{S}_{i\bar{i}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = K_{i,v}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_{i,v}^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) \bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\tau}_l\}), \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\tau}_l(z) = \frac{\boldsymbol{\tau}_2(z - z_1) - \boldsymbol{\tau}_1(z - z_2)}{z_2 - z_1}, \quad (12)$$

а $K_{i,v}$ есть свободная функция Грина, функционал $\bar{\Phi}_{i\bar{i}}$ определен формулой

$$\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\}) = \exp\{-ie_i \int dz [U(\boldsymbol{\rho}(z), z) - U(\boldsymbol{\rho}'(z), z)]\}. \quad (13)$$

Для среды инвариантной относительно поперечных трансляций усредненный функционал $\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\})$ зависит от одной функции $\boldsymbol{\tau}(z) = \boldsymbol{\rho}(z) - \boldsymbol{\rho}'(z)$. В интересном для нас режиме когда L_f много больше типичной длины корреляций в среде, можно формально написать

$$\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\tau}\}) = \exp\left[-\int dz P_i(\boldsymbol{\tau}(z), z)\right], \quad (14)$$

где вид функции $P_i(\boldsymbol{\tau}, z)$ зависит от модели среды. Для вывода спектра форма этой функции не имеет значения.

Трехчастичный фактор можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{S}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_{a2}, \boldsymbol{\rho}'_{\bar{a}2}, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{a1}, \boldsymbol{\rho}_{\bar{a}1}, z_1) &= K_a(\boldsymbol{\rho}_{a2}, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{a1}, z_1) K_{\bar{a}}^*(\boldsymbol{\rho}'_{\bar{a}2}, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{\bar{a}1}, z_1) \\ &\quad \times \mathcal{K}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1), \end{aligned} \quad (15)$$

где последний фактор есть функциональный интеграл по $\boldsymbol{\rho}$ вида

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) &= \int D\boldsymbol{\rho} \exp \left\{ i \int dz \frac{M(d\boldsymbol{\rho}/dz)^2}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{i(z_2 - z_1)}{L_f} \right\} \bar{\Phi}_{bc\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}\}), \end{aligned} \quad (16)$$

который, в общем случае, не может быть вычислен аналитически. Здесь $M = E_a x_b x_c$ (считаем $x = x_b$, $M(x) = E_a x(1-x)$), $L_f = 2M/\epsilon^2$, где $\epsilon^2 = m_b^2 x_c + m_c^2 x_b - m_a^2 x_b x_c$, а $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}^l$ обозначает линейную по z функцию

$$\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}^l(z) = \frac{\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}(z_2)(z - z_1) - \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}(z_1)(z - z_2)}{z_2 - z_1}. \quad (17)$$

Величина L_f может рассматриваться как длина формирования. Усредненный фазовый фактор $\bar{\Phi}_{bc\bar{a}}$ можно формально записать в виде

$$\bar{\Phi}_{bc\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}\}) = \exp \left[-i \int dz v(z, \boldsymbol{\rho}(z), \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}(z)) \right]. \quad (18)$$

$\mathcal{K}_{bc\bar{a}}$ (ниже индекс $bc\bar{a}$ будем опускать) является запаздывающей функцией Грина для уравнения Шредингера с гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M(x)} + v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) = -\frac{1}{2M(x)} \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right)^2 + v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) + \frac{1}{L_f}. \quad (19)$$

После подстановки полученных формул для двухчастичных и трехчастичного операторов в формулу (8) интегрирование по конечным поперечным координатам выполняется аналитически. И дифференциальный спектр перехода $a \rightarrow bc$ может быть представлен как

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx d\mathbf{q}_b} &= \frac{2}{(2\pi)^2} \text{Re} \int d\boldsymbol{\tau} \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}) \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g \left\{ \Phi_b(\boldsymbol{\tau}, z_2) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}, z_2 | 0, z_1) \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}, z_2 | 0, z_1)] \Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, z_1) + [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}, z_2 | 0, z_1) [\Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, z_1) - 1] \right\} \\ &\quad + \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\boldsymbol{\tau} d\boldsymbol{\tau}' \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}) \Psi^*(x, \boldsymbol{\tau}' - \boldsymbol{\tau}) \Psi(x, \boldsymbol{\tau}') \\ &\quad \times [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}, z_i) + \Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, z_f) - 2], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) = \exp \left[- \int_{z_i}^{z_1} dz P_a(\boldsymbol{\tau}_a, z) \right], \quad (21)$$

$$\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) = \exp \left[- \int_{z_2}^{z_f} dz P_b(\boldsymbol{\tau}_b, z) \right], \quad (22)$$

$$\Psi(x, \boldsymbol{\rho}) = \frac{i\lambda}{4E\sqrt{\pi x(1-x)}} \int_{-\infty}^0 dz \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}, 0|0, z) = \frac{\lambda\sqrt{x(1-x)}}{4\pi\sqrt{\pi}} K_0(\rho\epsilon), \quad (23)$$

где \mathcal{K}_v вакуумная функция Грина, K_0 функция Бесселя. Функция Ψ есть амплитуда для перехода $a \rightarrow bc$ для конфигурации пары bc с относительным поперечным расстоянием $\boldsymbol{\rho}$ и долей продольного импульса частицы b $x_b = x$. Появление членов с Ψ в формуле для спектра связано с вкладом от области больших $|z|$, вычисление которых требует раскрытия неопределенности $0 \cdot \infty$ с адиабатическим отключением взаимодействия в пределе $|z| \rightarrow \infty$.

После интегрирования по поперечному импульсу, получаем спектр по одной фейнмановской переменной x

$$\frac{dP}{dx} = 2\text{Re} \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2|\boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2|\boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1=\boldsymbol{\rho}_2=0}, \quad (24)$$

который графически можно изобразить как показано на Рис. 2, где первая затененная диаграмма соответствует одетой (с учетом потенциала v) функции Грина, а вторая диаграмма вакуумной функции Грина с $v = 0$. Хотя на диаграммах Рис. 2 мы показываем три линии, соответствующие трем частицам в системе $bc\bar{a}$, надо помнить, что фактически имеется только одна динамическая переменная, а именно поперечный вектор $\boldsymbol{\rho}$, соответствующий расстоянию между частицами b и c . Так как для перехода трехчастичной си-



Рис. 2: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c .

стемы $bc\bar{a}$ из нулевого размера в нулевой в формуле (24) мы имеем $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}} = 0$, то потенциал v в гамильтониане (19) становится центральным. Раскладывая одетую функцию Грина на Рис. 2 в ряд по потенциалу v , спектр можно представить диаграммами показанными на Рис. 3. Этот ряд соответствует ряду по кратности перерасеяний быстрых частиц в среде.

Индукцированный вклад в спектр по x для частицы рожденной в среде дается формулой (24), как и для случая частицы a налетающей из бесконечности, но теперь с $z_i = 0$.

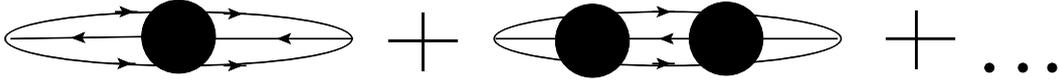


Рис. 3: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c в виде ряда по кратности перерассеяний в среде. Темные круги соответствуют потенциалу v в гамильтониане (19).

Для среды состоящей из случайно расположенных атомов функции P и v имеют вид

$$P_i(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{\sigma_{i\bar{i}}(|\boldsymbol{\rho}|)n(z)}{2}, \quad (25)$$

$$v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) = -\frac{i\sigma_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}})n(z)}{2}, \quad (26)$$

где $n(z)$ есть число атомов среды в единице объема, $\sigma_{i\bar{i}}$ дипольное сечение рассеяния $i\bar{i}$ пары на атоме, $\sigma_{bc\bar{a}}$ сечение рассеяния на атоме трехчастичной системы $bc\bar{a}$ (иногда мы будем обозначать это сечение как σ_3). В аргументе $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}$ a означает положение центра масс bc в поперечной плоскости, который определен как $\boldsymbol{\rho}_a = x_c\boldsymbol{\rho}_b + x_b\boldsymbol{\rho}_c$. При выводе этих формул использовалось, что на продольных масштабах порядка размера атома можно пренебречь изменением поперечных координат быстрых частиц.

Для спектра по x трехчастичное состояние $bc\bar{a}$ представляет из себя bc пару, в центре масс которой располагается \bar{a} . Расстояние от \bar{a} до b есть $\rho(1-x)$, а до c ρx . Поэтому при $x \ll 1$ система $bc\bar{a}$ выглядит как компактная $c\bar{a}$ пара и далеко от нее отстоящая частица b .

В разделе 1.2 выражение для спектра по x через функции Грина преобразуется в две другие формы более удобные для численных расчетов. Первая форма получается путем разложения функции Грина в ряд по потенциалу v , как на Рис. 3. спектр соответствующий Рис. 2 можно представить диаграммами показанными в правой части Рис. 4. Аналитически (для случая частицы



Рис. 4: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c в виде члена однократного рассеяния и абсорбционной поправки.

a налетающей из бесконечности) спектр имеет вид

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dP_{BH}}{dx} + \frac{dP_{abs}}{dx}, \quad (27)$$

где

$$\frac{dP_{BH}}{dx} = \int dz n(z) \int d\rho \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) |\Psi(x, \rho)|^2 \quad (28)$$

соответствует первой диаграмме в правой части Рис. 4, а второе слагаемое в (27) соответствует второй диаграмме в правой части Рис. 4 и имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dP_{abs}}{dx} = & -\frac{1}{2} \int_{z_1 < z_2} dz_1 dz_2 n(z_1) n(z_2) \\ & \times \int d\rho_1 \Psi^*(x, \rho_2) \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho_2) \mathcal{K}(\rho_2, z_2 | \rho_1, z_1) \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho_1) \Psi(x, \rho_1), \end{aligned} \quad (29)$$

Форма (27) удобна для численных расчетов спектра для случая частицы налетающей на мишень из бесконечности. При этом фактор

$$\mathcal{K}(\rho_2, z_2 | \rho_1, z_1) \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho_1) \Psi(x, \rho_1) \quad (30)$$

в уравнении (29) есть решение уравнение Шредингера $\Phi(z, \rho)$

$$i \frac{\partial \Phi(z, \rho)}{\partial z} = \hat{H} \Phi(z, \rho) \quad (31)$$

с гамильтонианом \hat{H} (19) и с граничным условием $\Phi(z = z_1, \rho) = \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) \Psi(x, \rho)$.

В пределе низкой плотности в (27) выживает только первый член. Поэтому этот член, определяемый формулой (28), должен, очевидно, совпадать со спектром Бете-Гайтлера в случае реальной КЭД. В Приложении показано, что величина

$$\frac{d\sigma_{BH}}{dx} = \int d\rho \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) |\Psi(x, \rho)|^2 \quad (32)$$

есть действительно сечение перехода $a \rightarrow bc$ на одном атоме. Второе слагаемое в (27) описывает эффект ЛПМ. Этот член аналогичен глауберовской теневой абсорбционной поправке.

Для процессов с образованием частицы a в материи формула типа (27) не имеет места ввиду ограничения на область интегрирования по z_1 , что не позволяет выделить начальную волновую функцию. Такая ситуация имеет место для индуцированного излучения глюонов в КГП быстрыми партонам рожденными в жестких процессах в соударениях ядер. Для этого случая спектр нам будет удобно представлять используя диаграммное равенство показанное на Рис. 5, где затененная треугольная область на последней диаграмме может рассматриваться как одетая эффективная волновая функция системы $bc\bar{a}$. Это представление похоже на формулу типа Бете-Гайтлера (28), но с начальной волновой функцией вычисляемой по точной/одетой функции

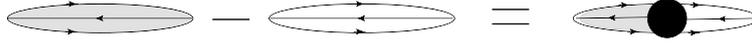


Рис. 5: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c в виде эффективного сечения Бете-Гайтлера.

Грина, учитывающей взаимодействие с веществом и эффект конечного размера, а именно

$$\frac{dP_{BH}^{eff}}{dx} = \int dz n(z) \frac{d\sigma_{BH}^{eff}(z)}{dx}, \quad (33)$$

где функция

$$\frac{d\sigma_{BH}^{eff}(z)}{dx} = \text{Re} \int d\rho \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) \Psi^*(x, \rho) \Psi(z, x, \rho) \quad (34)$$

может рассматриваться как эффективное сечение Бете-Гайтлера для перехода $a \rightarrow bc$ на отдельном центре (расположенном в точке z), определяемое через эффективную волновую функцию

$$\Psi(z, x, \rho) = \frac{i\lambda}{4E\sqrt{\pi x(1-x)}} \int_0^z dz' \mathcal{K}(\rho, z' | 0, 0). \quad (35)$$

Функция $\Psi(z, x, \rho)$ учитывает одновременно и перерасcеяния в среде и эффекты конечного размера от ограничения на положения точки перехода $a \rightarrow bc$, которая должна быть в интервале $(0, z)$ (для $z_i = 0$).

Эффективное сечение можно рассматривать и при переходе $a \rightarrow bc$ в бесконечной среде. При этом надо брать в (35) просто $z = \infty$. Эффективная волновая функция удовлетворяет уравнению типа Бете-Солпитера, которое диаграммно показано на Рис. 6

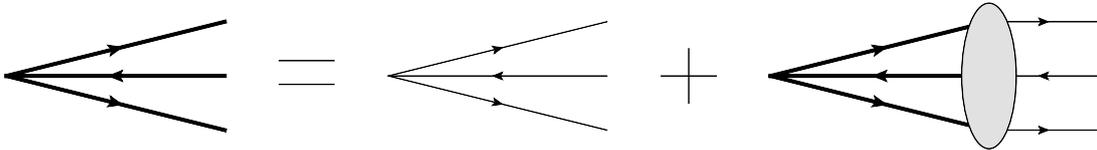


Рис. 6: Диаграммное представление уравнения Бете-Солпитера для эффективной волновой функции $\Psi(z, x, \rho)$ (35) для перехода $a \rightarrow b + c$ в среде. Части показанные жирными линиями соответствуют одетым пропагаторам, а тонкими линиями пропагаторам в вакууме. Затененный овал соответствует потенциалу v .

Вторая глава посвящена обобщению формул главы 1 на случай реальной КЭД и сравнению результатов расчетов с данными [8, 9] по процессу $e \rightarrow \gamma e$ с учетом многофотонных процессов. Для учета многофотонных

процессов мы выводим простые формулы, позволяющие вычислить спектр по суммарной излученной энергии через однофотонный спектр. Вычисление многофотонного K -фактора вынесено в Приложение.

В разделе 2.1 показано как учитывается спин частиц. Мы описываем спиновые состояния электронов в базисе спиральных состояний в системе бесконечного импульса [35,36]. В этом базисе дираковский спинор со спиральностью λ имеет вид

$$u(p,\lambda) = \frac{1}{\sqrt{p^+}}[p^+ + \boldsymbol{\alpha}_\perp \cdot \mathbf{p}_\perp + \beta m]\chi(\lambda), \quad (36)$$

где $p^+ = E + p_z$, $\beta = \gamma^0$, $\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0 \boldsymbol{\gamma}$, спинор χ нормирован на единицу $\chi^+ \chi = 1$. Спинор χ для $\lambda = \pm 1/2$ для дираковских матриц в спинорном представлении имеет вид

$$\chi(\lambda) = \begin{pmatrix} 1/2 + \lambda \\ 0 \\ 0 \\ 1/2 - \lambda \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Спинор χ удовлетворяет соотношениям $\Lambda_+ \chi = \chi$ и $\Lambda_- \chi = 0$, где $\Lambda_\pm = (1 \pm \alpha_z)/2$. Оператор Λ_+ является проектором на физические состояния для дираковской волновой функции, а Λ_- на дополнительные нефизические компоненты.

Мы записываем дираковские волновые функции электронов в виде

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2E}} \left[i \frac{\partial}{\partial t} - eA^0 + (p_z - eA^3)\alpha^z + \boldsymbol{\alpha}_\perp (\mathbf{p}_\perp - e\mathbf{A}_\perp) + \beta m \right] \times \exp[-iE(t-z)] \frac{\phi(z, \boldsymbol{\rho})}{\sqrt{2E}} \chi. \quad (38)$$

скалярная функция ϕ , в лидирующем порядке по энергии электрона, удовлетворяет уравнению (6) ($e_i = e$). Волновую функцию фотона записываем в форме

$$A^\mu = e^\mu \exp[-i\omega(t-z)] \frac{\phi_\gamma(z, \boldsymbol{\rho})}{\sqrt{2\omega}}, \quad (39)$$

где e^μ 4-вектор поляризации фотона, ω есть энергия фотона. Скалярная функция ϕ_γ удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial \phi_\gamma}{\partial z} = \frac{\mathbf{k}^2}{2\omega} \phi_\gamma, \quad (40)$$

где \mathbf{k} оператор поперечного импульса фотона. 4-вектор поляризации фотона в приближении малых углов можно записать в виде

$$e^\mu(\lambda) = \left(0, \mathbf{e}(\lambda), -\frac{\mathbf{k}\mathbf{e}(\lambda)}{\omega} \right), \quad (41)$$

где \mathbf{e} есть чисто поперечный вектор поляризации.

При вычислении матричного элемента (1) для перехода $e \rightarrow \gamma e$ удобно переписать каждую электронную волновую функцию в форме суммы ее Λ_{\pm} проекций ψ_{\pm} . Для ψ_{+} из (38), в лидирующем по энергии приближении, получается

$$\psi_{+} = \exp[-iE(t-z)]\phi\chi. \quad (42)$$

Компонента ψ_{-} в этом же приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \psi_{-} &= \frac{\boldsymbol{\alpha}_{\perp}(\mathbf{p}_{\perp} - e\mathbf{A}_{\perp}) + \beta m}{2E}\psi_{+} \\ &= \exp[-iE(t-z)]\frac{\boldsymbol{\alpha}_{\perp}(\mathbf{p}_{\perp} - e\mathbf{A}_{\perp}) + \beta m}{2E}\phi\chi. \end{aligned} \quad (43)$$

Используя эти волновые функции, мы получаем формулу типа (3) для процесса $e \rightarrow \gamma e$, в которой теперь появляется дифференциальный вершинный оператор $\hat{\Gamma}$ (ниже все импульсы, написанные жирным шрифтом, поперечные и мы будем опускать знак \perp для простоты)

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma} &= -\chi_f^{\dagger} \left\{ \sqrt{\frac{E_i}{E_f}} [(\mathbf{p}_f^* - e\mathbf{A}_{\perp})\boldsymbol{\alpha}_{\perp} + \beta m](\boldsymbol{\alpha}\mathbf{e}^*) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{E_f}{E_i}} (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{e}^*) [(\mathbf{p}_i - e\mathbf{A}_{\perp})\boldsymbol{\alpha}_{\perp} + \beta m] - \frac{2\sqrt{E_i E_f}}{\omega} (\mathbf{p}_{\gamma}^* \mathbf{e}^*) \right\} \chi_i. \end{aligned} \quad (44)$$

Здесь индекс у операторов поперечного импульса $\mathbf{p} = -i\nabla$ означает на какую волновую функцию действует этот оператор. Оператор $\hat{\Gamma}$ можно записать в виде суммы

$$\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}_{nf} + \hat{\Gamma}_{sf}, \quad (45)$$

где компонента $\hat{\Gamma}_{nf}$ сохраняет спиральность электрона, а $\hat{\Gamma}_{sf}$ изменяет ее на противоположную. Компонента $\hat{\Gamma}_{nf}$ идет от зависящей от импульсов части, а $\hat{\Gamma}_{sf}$ от βm членов в формуле (44).

За исключением появления для реальной КЭД вершинного оператора $\hat{\Gamma}$, вывод спектра ничем не отличается от вывода данного для скалярных частиц в главе 1. Все формулы, полученные в главе 1 для скалярных частиц, верны и для реальной КЭД, если вершинный фактор g (5) заменить на оператор

$$\Lambda(z_1, z_2) = \Lambda_{nf}(z_1, z_2) + \Lambda_{sf}(z_1, z_2), \quad (46)$$

$$\Lambda_i(z_1, z_2) = \frac{e^2}{16\pi E_i^2 x_f x_{\gamma}} V_i(z_1, z_2), \quad (47)$$

где V_i для случая спектра просуммированного по спиральностям конечных частиц и усредненного по спиральностям начального электрона дается формулой

$$V_i(z_1, z_2) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_i, \lambda_f} \hat{\Gamma}_i(z_1) \hat{\Gamma}_i^*(z_2). \quad (48)$$

Здесь аргумент $z_{1,2}$ указывает в какой точке действует оператор Γ_i . из (48) легко получить для процесса $e \rightarrow \gamma + e$

$$\Lambda_{nf}(z_1, z_2) = \frac{\alpha[4 - 4x + 2x^2]}{4xM^2(x)} \mathbf{q}(z_2) \mathbf{q}^*(z_1), \quad (49)$$

$$\Lambda_{sf}(z_1, z_2) = \frac{\alpha m^2 x}{2E_i^2(1-x)^2}, \quad (50)$$

где $\mathbf{q} = x_\gamma \mathbf{p}_f - x_f \mathbf{p}_\gamma$. Потенциал v для процесса $e \rightarrow \gamma e$ имеет вид

$$v(\boldsymbol{\rho}, x) = -i \frac{n(z) \sigma_{e\bar{e}}(x\rho)}{2}. \quad (51)$$

Для атомного потенциала $\varphi(r) = (Ze/4\pi r) \exp(-r/a)$ ($a \sim r_B Z^{-1/3}$, где $r_B = 1/m_e \alpha$ боровский радиус) для $\sigma_{e\bar{e}}(\rho)$ в борновском приближении (обмен двумя фотонами в t -канале) дипольное сечение есть

$$\sigma_{e\bar{e}}(\rho) = 8\pi(Z\alpha a)^2 \left[1 - \frac{\rho}{a} K_1\left(\frac{\rho}{a}\right) \right], \quad (52)$$

где K_1 функция Бесселя. Для $\rho \ll a$, которые важны для расчета спектра фотонов $\sigma_{e\bar{e}}(\rho) \simeq C(\rho)\rho^2$,

$$C(\rho) = 4\pi(Z\alpha)^2 \left[\log\left(\frac{2a}{\rho}\right) + \frac{(1-2\gamma)}{2} \right], \quad \gamma = 0.577. \quad (53)$$

В разделе 2.2 рассматривается процесс $e \rightarrow \gamma e$ в бесконечной среде в осцилляторном приближении. Это приближение основано на том, что зависимость фактора $C(\rho x)$ при $\rho x \lesssim 1/m_e$, которые доминируют при расчете спектра, только логарифмическая. Поэтому с логарифмической точностью можно заменить точный фактор $C(\rho)$ его значением при некотором типичном значении ρ_{eff} . Для квадратичного по ρ сечения $\sigma(\rho) = C(\rho_{eff})\rho^2$ гамильтониан принимает осцилляторный вид с частотой

$$\Omega = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \left(\frac{nC(\rho_{eff}x)x^2}{M(x)} \right)^{1/2} = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \left(\frac{nC(\rho_{eff}x)x}{E_e(1-x)} \right)^{1/2}. \quad (54)$$

Для сечения на отдельном атоме важны $\rho \sim 1/m$ (в аргументе дипольного сечения). Поэтому для константы C можно взять $\rho_{eff}x = 1/m$.

Вычисление с учетом спиновых факторов в волновых функциях дают для плотности для компонент без переворота и с переворотом спина

$$W_{nf} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_e = \lambda_{e'}} |\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda\})|^2 = \frac{\alpha x^2 m^2 K_1^2(\rho x m)}{4\pi^2}, \quad (55)$$

$$W_{sf} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_e = -\lambda_{e'}} |\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda\})|^2 = \frac{\alpha x^3 m^2 K_0^2(\rho x m)}{2\pi^2}. \quad (56)$$

Используя эти выражения, мы получаем для сечений Бете-Гайтлера на атоме

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{nf}^{BH} = \frac{\alpha C(1/m_e) [4 - 4x + 2x^2]}{3\pi m_e^2 x}, \quad (57)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{sf}^{BH} = \frac{\alpha C(1/m_e)}{3\pi m_e^2} x. \quad (58)$$

Для вычисления спектра в веществе можно использовать известную осцилляторную функцию Грина

$$K_{osc}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) = \frac{M\Omega}{2\pi i \sin(\Omega\Delta z)} \times \exp\left\{ \frac{iM[(\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2) \cos(\Omega\Delta z) - 2\boldsymbol{\rho}_1\boldsymbol{\rho}_2]}{2 \sin(\Omega\Delta z)} - \frac{i\Delta z \epsilon^2}{2M} \right\}, \quad (59)$$

где $\Delta z = z_2 - z_1$. Для спектра фотонов излученных на единице длины осцилляторное приближение дает

$$\frac{dP_\gamma}{dx dL} = n \left(\frac{C(\rho_{eff} x)}{C(1/m_e)} \right) \left[\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{nf}^{BH} S_{nf}(\eta) + \left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{sf}^{BH} S_{sf}(\eta) \right], \quad (60)$$

где безразмерный параметр η определяется формулой

$$\eta = L_f |\Omega| = 2 \left[\frac{nC(\rho_{eff} x) E_e (1-x)}{m_e^4 x} \right]^{1/2}. \quad (61)$$

Факторы S_{nf} , S_{sf} описывают подавление ЛПМ. Они даются формулами

$$S_{nf}(\eta) = \frac{3}{\eta\sqrt{2}} \int_0^\infty dy \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{\text{sh}^2 y} \right) \exp\left(-\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) \left[\cos\left(\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) + \sin\left(\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) \right], \quad (62)$$

$$S_{sf}(\eta) = \frac{6}{\eta^2} \int_0^\infty dy \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{\text{sh} y} \right) \exp\left(-\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) \sin\left(\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right). \quad (63)$$

Для малых η из (62) и (63) можно получить

$$S_{nf}(\eta) \simeq 1 - 16\eta^4/21, \quad S_{sf}(\eta) \simeq 1 - 31\eta^4/21. \quad (64)$$

В пределе $\eta \rightarrow 0$ $\rho_{eff} \sim 1/m$ и спектр сводится к спектру Бете-Гайтлера. С точностью до очень медленно меняющегося с η фактора $C(\rho_{eff}x)/C(1/m_e)$ подавление ЛПМ при $\eta \gg 1$ контролируется асимптотическим поведением факторов S_{nf} и S_{sf} при $\eta \rightarrow \infty$. Из формул (62), (63) в этом пределе нетрудно получить

$$S_{nf}(\eta) \simeq 3/\eta\sqrt{2}, \quad S_{sf}(\eta) \simeq 3\pi/2\eta^2. \quad (65)$$

Значение ρ_{eff} можно оценить используя уравнения (62), (63). Переменная интегрирования в (62), (63) в терминах $\Delta z = z_2 - z_1$ равна $|\Delta z \Omega|$. Поэтому для типичных значений Δz , определяющих интеграл в (62), Δz_{eff} , мы имеем $\Delta z_{eff} \sim L_f^{eff} = L_f \min(1, 1/\eta)$. Величина L_f^{eff} играет роль эффективной длины когерентности/формирования для излучения фотона в среде, которая учитывает изменение длины когерентности из-за многократных перерассеяний в среде. Имея Δz_{eff} , мы можем оценить ρ_{eff} из очевидного шредингеровского диффузионного соотношения:

$$\rho_{eff} \sim (2\Delta z_{eff}/M(x))^{1/2}. \quad (66)$$

В пределе малой плотности, когда $\eta \rightarrow 0$, это соотношение дает $\rho_{eff} \sim 1/m_e x$, и правая часть уравнения (60) сводится к сечению Бете-Гайтлера умноженному на плотность среды. Для сильного эффекта ЛПМ, когда $\eta \gg 1$, мы имеем

$$\rho_{eff} \sim 1/m_e x \sqrt{\eta}. \quad (67)$$

В пределе мягких фотонов ($x \rightarrow 0$), при фиксированной плотности n , η становится очень большим. В этом пределе доминирует вклад без переворота спина. Используя асимптотическую формулу для S_{nf} , можно получить из (60), (62)

$$\frac{dP_\gamma}{dx dL} \approx 2\alpha^2 Z \sqrt{\frac{2n \log(2a/\rho_{eff}x)}{\pi E_e x}}, \quad (68)$$

где $\rho_{eff} \sim [\pi(Z\alpha)^2 n E_e x^3 \log(2/\alpha Z^{1/3})]^{-1/4}$. Этот результат согласуется с предсказанием теории Мигдала [3], основанной на решении уравнения эволюции для электронной матрицы плотности в приближении Фоккера-Планка. Наши факторы подавления (62), (63) также согласуются с полученными в [3].

В разделе 2.3 даются формулы для аккуратного вычисления спектра в форме выведенной в разделе 1.2. Дается также аккуратная формула для дипольного сечения с аккуратной трактовкой кулоновских эффектов. Мы

записываем фактор $C(\rho)$ в форме

$$C(\rho) = Z^2 C_{el}(\rho) + Z C_{in}(\rho). \quad (69)$$

В уравнении (69) члены $\propto Z^2$ соответствуют упругим процессам, а $\propto Z$ неупругим процессам при взаимодействии с атомными электронами. Спектр фотонов чувствителен только к поведению $C(\rho)$ при $\rho \lesssim 1/m_e \ll a$, здесь $a \sim r_B Z^{-1/3}$ характерный размер атома. В этой области C_{el} и C_{in} имеют только слабую логарифмическую зависимость от ρ , и мы можем использовать простую параметризацию

$$C_{el}(\rho) = 4\pi\alpha^2 \left[\log \left(\frac{2a_{el}}{\rho} \right) + \frac{(1-2\gamma)}{2} - f(Z\alpha) \right], \quad (70)$$

$$f(y) = y^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + y^2)}, \quad (71)$$

$$C_{in}(\rho) = 4\pi\alpha^2 \left[\log \left(\frac{2a_{in}}{\rho} \right) + \frac{(1-2\gamma)}{2} \right], \quad (72)$$

здесь в $C_{el}(\rho)$ мы прямо выделили кулоновскую поправку f [37]. Мы определяем параметры a_{el} и a_{in} из условия согласия предсказаний формулы (32) для процесса $e \rightarrow \gamma e$ с современными вычислениями сечения Бете-Гайтлера в стандартном подходе, которые дают [37]

$$\frac{d\sigma^{BH}}{dx} = \frac{4\alpha^3}{3m_e^2 x} \left\{ (4 - 4x + 3x^2) [Z^2(F_{el} - f(Z\alpha)) + ZF_{in}] + (1-x) \frac{Z(Z+1)}{3} \right\}. \quad (73)$$

Вычисление по формуле (32) для параметризации (69) дает

$$\frac{d\sigma_{nf}^{BH}}{dx} = \frac{4\alpha^3(4 - 4x + x^2)}{3m_e^2 x} \left\{ Z^2[F'_{el} - f(Z\alpha)] + ZF'_{in} + \frac{Z(Z+1)}{12} \right\}, \quad (74)$$

$$\frac{d\sigma_{sf}^{BH}}{dx} = \frac{4\alpha^3 x}{3m_e^2} \left\{ Z^2[F'_{el} - f(Z\alpha)] + ZF'_{in} - \frac{Z(Z+1)}{6} \right\}, \quad (75)$$

где $F'_i = \log(a_i m_e \exp(1/2))$. При выборе параметров $a_{el} = 0.81 r_B Z^{-1/3}$ и $a_{in} = 5.3 r_B Z^{-2/3}$ мы получаем $F'_i = F_i$, сумма сечений (74) и (75) воспроизводит стандартный современный результат (73) [37].

В разделе 2.4 даются формулы для случая процесса $\gamma \rightarrow e^+ e^-$.

В разделе 2.5 проводится сравнение теоретических предсказаний с высокоточными данными по эффекту ЛПМ для излучения фотонов электронами полученными в SLAC коллаборацией E-146 [8] и в CERN SPS [9]. Эти данные были получены калориметрическим методом и представлены в виде спектра по полной излученной энергии. Мы учитываем многофотонные процессы в вероятностной трактовке, что возможно, так как для этих данных выполняется неравенство $L_f^{eff} \ll L$. Вычисление многофотонного K -фактора, учитывающего различие однофотонного спектра от спектра по всей излученной энергии, вынесено в приложение.

Третья глава посвящена обобщению развитого в главе 1 формализма на случай КХД. В разделе 3.1 мы обсуждаем общие формулы для модели КПП в виде системы дебаевски экранированных центров. Анализ спектра ведется в приближении, в котором взаимодействие быстрых партонов с каждым рассеивающим центром описывается в двухглюонном приближении, как показано на Рис. 7. Важно, что с точки зрения цветовой алгебры линии на-

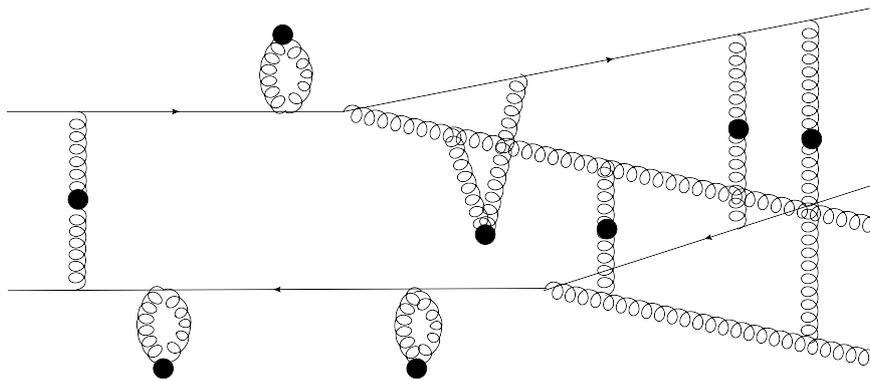


Рис. 7: Типичная диаграмма для сечения процесса $q \rightarrow qq$ в среде из цветовых центров (черные кружки) при учете одноглюонных и двухглюонных t -канальных обменов. Между взаимодействиями с центрами линии быстрых частиц соответствуют свободным функциям Грина.

правленные налево можно рассматривать аналогично линиям направленным направо, но взаимодействующими с t -канальными глюонами как античастицы, так как в комплексно сопряженной амплитуде вершинам для быстрого партона p соответствуют операторы $-(T_p^\alpha)^*$, которые можно рассматривать как цветовые матрицы для вершин взаимодействия с t -канальными глюонами античастицы \bar{p} (для глюона, естественно, имеем $\bar{g} = g$). Мы показываем, что, как и в абелевом случае, диаграммы Рис. 1а можно трансформировать в Рис. 1б. Показано, что для перехода к КХД в формулах для абелевой модели со скалярными частицами достаточно сделать очевидную замену сечений взаимодействия для двухчастичных ($a\bar{a}$, $b\bar{b}$) и трехчастичной ($bc\bar{a}$)

систем, а также заменить вершинный оператор на

$$\Lambda(x, z_1, z_2) = \frac{\alpha_s P_{ba}(x)}{2} \cdot \frac{\mathbf{q}(z_2) \mathbf{q}^*(z_1)}{M^2(x)}. \quad (76)$$

где P_{ba} есть обычная функция расщепления для процесса $a \rightarrow bc$.

В разделе 3.2 даются формулы осцилляторного приближения для спектра глюонов.

В разделе 3.3 выводятся формулы для аккуратного вычисления спектра глюонов в конечной КГП для фиксированного заряда α_s , которые являются аналогом представления (33). Показано, что эффективное сечение Бете-Гайтлера можно представить как

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi M(x)} \text{Im} \int_0^z d\xi \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{F(\xi, \rho)}{\sqrt{\rho}} \right) \Big|_{\rho=0}, \quad (77)$$

где функция F удовлетворяет радиальному уравнению Шредингера (с $m^2 = 1$)

$$i \frac{\partial F(\xi, \rho)}{\partial \xi} = \left[-\frac{1}{2M(x)} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \right)^2 - i \frac{n(z - \xi) \sigma_3(\rho)}{2} + \frac{4m^2 - 1}{8M(x)\rho^2} + \frac{1}{L_f} \right] F(\xi, \rho) \quad (78)$$

с граничным условием для

$$F(\xi = 0, \rho) = \sqrt{\rho} \sigma_3(\rho) \epsilon K_1(\epsilon \rho). \quad (79)$$

В разделе 3.4 обсуждается как учесть бегущий заряд в формулах раздела 3.3. Показано, что для этого в (77) можно внести α_s под знак интеграла и взять для виртуальности $Q^2 = aM/\xi$ с $a \approx 1.85$, и использовать дипольное сечение вычисленное с бегущей α_s . Для бегущей $\alpha_s(Q^2)$ мы используем однопетлевую формулу с заморозкой при некотором значении α_s^{fr} при малых Q^2 .

В разделе 3.5 обсуждается обобщение формул на случай описания КГП в схеме HTL [38]. Показано, что переход к этой схеме сводится к замене в формуле для дипольного сечения квадрата глюонного пропагатора:

$$\frac{1}{(q^2 + m_D^2)^2} \Rightarrow \frac{d}{q^2(q^2 + m_D^2)}, \quad d = \frac{\pi^2(1 + N_f/6)}{6\zeta(3)(1 + N_f/4)}. \quad (80)$$

Для $N_f = 2.5$, которое мы будем использовать, $d \approx 1.19$.

В разделе 3.6 обсуждается связь нашего подхода с подходами BDMPS [10], AMY [12], GLV [11].

В **четвертой главе** мы проводим расчет спектра глюонов для однократного перерасеяния в конечной среде в рамках импульсного представления. Раздел 4.1 обсуждает мотивацию таких расчетов, которая связана с

необходимостью оценить ошибки от конечных кинематических пределов в подходе LCPI и определения связи продольных расстояний со шкалой виртуальностей для распадных вершин при переходе $q \rightarrow gq$, что необходимо для включения бегущей α_s в формулировке LCPI.

В разделе 4.2 дается вывод спектра для $N = 1$ рассеяния в импульсном представлении. Эффективное сечение Бете-Гайтлера для центра расположенного при продольной координате z , которое учитывает эффекты конечного размера среды (и поэтому зависящее от z) имеет вид

$$\frac{d\sigma^{BH}(z)}{dx} = J_{bb} + J_{cc} + J_{dd} + 2J_{bc} + 2J_{cd} + 2J_{db} + 2J_{ae} + 2J_{af} + 2J_{ag} + 2J_{ah} \quad (81)$$

с $J_{\alpha\beta}$ определенными как

$$J_{\alpha\beta} = \frac{E}{(2\pi)^5} \text{Re} \int d\mathbf{q} d\mathbf{p} T_{\alpha}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) T_{\beta}^*(\mathbf{q}, \mathbf{p}), \quad (82)$$

где амплитуды T_{α} диаграммно показаны на Рис. 8, \mathbf{q} и \mathbf{p} обозначают поперечные импульсы t -канальных и излученных глюонов, соответственно.

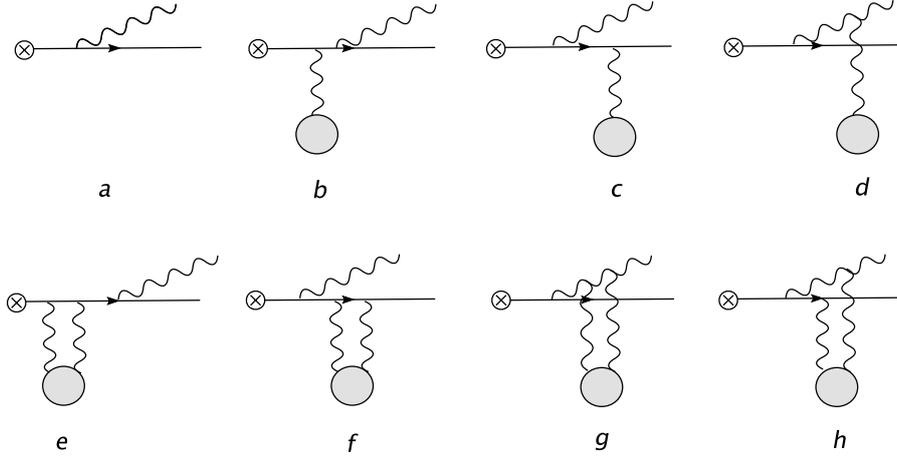


Рис. 8: Набор диаграмм для вклада однократного рассеяния для амплитуды процесса $q \rightarrow gq$.

Диаграммы, показанные на Рис. 8, могут быть вычислены с помощью обычной формулы теории возмущений

$$T = \int_0^{\infty} dz' \int d\boldsymbol{\rho} g \bar{\psi}_f(\boldsymbol{\rho}, z') \gamma^{\mu} A_{\mu}^*(\boldsymbol{\rho}, z') \psi_i(\boldsymbol{\rho}, z'), \quad (83)$$

где $\psi_{i,f}(\boldsymbol{\rho}, z')$ есть волновые функции начального и конечного кварков, $A_{\mu}(\boldsymbol{\rho}, z')$ волновая функция излученного глюона (для краткости мы опускаем цветовые факторы). Формулы для волновых функций брались в виде плоских волн, которые имеют скачок поперечного импульса в точке расположения рассеивающего центра. Для оценки роли кинематических ограничений в формулы для сечения вводились обрезаящие факторы.

В разделе 4.3 приводятся численные результаты, которые показывают, что роль кинематических ограничений становится мала уже для партонов с $E \gtrsim 5$ ГэВ.

В **пятой главе** проводится анализ основных свойств индуцированного излучения глюонов быстрыми кварками в конечной КГП постоянной плотности. В разделе 5.1 вычисляем спектр глюонов в осцилляторном приближении. Мы показываем, что в пределе малых L энергетические потери имеют зависимость $\Delta E \propto L^2$ как в режиме сильного эффекта ЛПМ, так и для режима слабого подавления ЛПМ. Мы демонстрируем, что для безмассовых партонов ряд по кратности перерасеяний начинается с члена $N = 2$, и вообще не содержит членов с нечетными N . В разделе 5.2 мы исследуем механизм появления ненулевого вклада $N = 1$ рассеяния для безмассовых партонов за счет кулоновских эффектов в координатном и импульсном представлении. Мы показываем, что зануление $N = 1$ вклада в осцилляторном приближении тесно связано неприменимостью приближения главных логарифмов. Мы показываем, что в импульсном представлении большой кулоновский логарифм не появляется, так как при коллинеарном разложении жесткого блока H диаграмм испускания глюонов по импульсу k t -канального глюона член $\propto k^2$ (который, потенциально, мог бы дать большой кулоновский логарифм) просто не появляется, так как $\nabla_k^2 H|_{\mathbf{k}=0} = 0$. Мы исследуем также массовые поправки к спектру глюонов. Мы показываем, что в режиме $L_f \gtrsim L$ увеличение массы кварка увеличивает вероятность излучения глюонов, вопреки предсказаниям модели мертвого конуса Докшицера-Харзеева [18]. В разделе 5.3 мы показываем, что ненулевой спектр глюонов, полученный в подходе высших твистов [16, 17], для безмассовых партонов связан с неправильным выполнении коллинеарного разложения.

В **шестой главе** проводится анализ энергетических потерь синхротронного типа. В разделе 6.1 обсуждаются два возможных источника таких потерь для быстрых партонов в АА соударениях. Это излучение глюонов в коллективных цветных полях генерируемых плазменными неустойчивостями в фазе КГП и в трубках цветных полей в фазе глазмы, которая может предшествовать образованию термализованной КГП. В разделе 6.2.1 строится квазиклассический формализм для неабелевого синхротронного излучения глюонов в коллективном цветном поле. Для глюонов мы вводим базис состояний с определенным цветным гиперзарядом и изоспином. В этом базисе для глюонов, как и для кварков, отсутствует вращение в цветовом пространстве для внешних полей в цветных состояниях картановской подалгебры, которыми можно ограничиться при вычислении спектра. Мы показываем, что поперечную волновую функцию каждого быстрого партонов (после выделения

быстро осциллирующего фактора $\exp[-iE(t - z)]$) можно записать в виде

$$\phi_i(z, \boldsymbol{\rho}) = \exp \left\{ i \mathbf{p}_i(z) \boldsymbol{\rho} - \frac{i}{2E_i} \int_0^z dz' [\mathbf{p}_i^2(z') + m_q^2] \right\}, \quad (84)$$

где поперечный импульс $\mathbf{p}_i(z)$ есть решение уравнения движения партонa в поперечной плоскости под действием силы Лоренца \mathbf{F}_i

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dz} = \mathbf{F}_i(z). \quad (85)$$

Используя эти волновые функции мы по стандартным правилам вычисляем матричный элемент перехода $q \rightarrow gq$, а затем вероятность процесса. В разделе 6.2.2 мы даем альтернативный вывод синхротронного спектра глюонов по x в рамках подхода LCPI. Мы показываем, что LCPI формализм работает и для случая коллективных полей. В этом случае в уравнении Шредингера для системы $b\bar{c}\bar{a}$ мы имеем теперь линейный потенциал $v = -\mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\rho}$, где $\mathbf{f} = \mathbf{F}_b x_c - \mathbf{F}_c x_b$ есть относительная сила Лоренца в системе bc , и полный гамильтониан для уравнении Шредингера принимает вид

$$\hat{H} = -\frac{1}{2M} \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right)^2 - \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\rho} + \frac{\epsilon^2}{2M}. \quad (86)$$

Функция Грина для этого гамильтониана известна [34], используя которую, мы воспроизводим спектр, полученный прямым вычислением через квазиклассические поперечные волновые функции.

В разделе 6.3 мы показываем, что наш синхротронный спектр в пределе $x \ll 1$ отличается от спектра, полученного в работе Шурыка и Захеда [19]. Мы показываем, что формулы работы [19] ведут к физически абсурдным предсказаниям, что свидетельствует об ошибочности результатов этой работы. В разделе 6.4 мы приводим численные результаты для синхротронного спектра в постоянных полях. В разделе 6.5 мы даем оценки возможного вклада синхротронного механизма в потери энергии партонa в КГП в АА соударениях. Эти оценки показывают, что в самом оптимистичном (по величине магнитного поля) сценарии вклад синхротронных потерь получается довольно небольшим по сравнению с вкладом от обычных радиационных потерь за счет многократных перерассеяний в КГП. В разделе 6.6 мы выводим формулы для синхротронных потерь из-за взаимодействия с когерентными полями цветных трубок глазмы в предплазменной фазе. Численные расчеты показывают, что вклад глазмы существенно меньше радиационных потерь в КГП.

Седьмая глава посвящена анализу энергетических потерь в КГП для условий АА соударений на RHIC–LHC и анализу влияния энергетических потерь в КГП на спектры частиц с большими p_T . Раздел 7.1 является

введением в круг вопросов о влиянии КГП на жесткие процессы в АА соударениях. В разделе 7.2 обсуждается модель расширяющейся КГП, рождающейся в АА соударениях, которая используется в диссертации для расчета энергетических потерь и ядерного фактора модификации спектров R_{AA} . Раздел 7.3 посвящен сравнению вкладов в энергетические потери от радиационного и столкновительного механизмов. В подразделе 7.3.1 дается вывод формул для расчета столкновительных потерь от процессов $2 \rightarrow 2$ в модифицированной модели Бьеркена [39]. В отличие от анализа [39], мы аккуратно трактуем кинематику бинарных соударений и флуктуации передач импульса, связанные с движением партонов в КГП. Для инфракрасного обрезания, как и в работе Бьеркена, мы используем дебаевскую массу в пропагаторе глюона. В подразделе 7.3.2 проводится сравнение численных результатов для радиационных и столкновительных потерь для условий КГП в АА соударениях при энергиях RHIC и LHC. Результаты этого раздела показывают, что вклад столкновительных потерь на фактор 3 – 5 меньше радиационных потерь.

Раздел 7.4 посвящен анализу явления охлаждения струй в АА соударениях. В подразделе 7.4.1 даются формулы для вычисления ядерного фактора

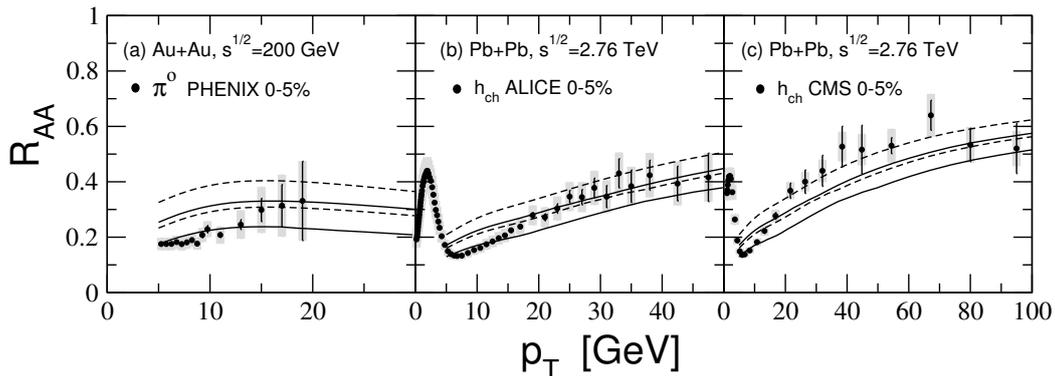


Рис. 9: Сравнение наших вычислений R_{AA} с экспериментальными данными (а) PHENIX [40] для π^0 при центральности 0-5% в Au+Au соударениях при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ; (б) ALICE [41] и (с) CMS [42] для заряженных адронов для центральности 0-5% в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ГэВ. Систематические экспериментальные ошибки показаны как затененные области. Сплошные кривые показывают наши расчеты для суммы радиационного и столкновительного механизмов, а пунктирные эффект от одного радиационного механизма. Верхние кривые соответствуют $\alpha_s^{fr} = 0.4$, а нижние 0.5.

модификации спектров частиц R_{AA} через модифицированные функции фрагментации для переходов партон \rightarrow частица, учитывающие энергетические потери быстрых партонов в КХД материи. Мы даем обоснование для разделения эволюции струи на стадии вакуумного каскадирования ДГЛАП и последующего каскадирования партонов в КГП за счет индуцированного излучения глюонов. Главным приближением для описания индуцированной стадии

является приближение независимого испускания глюонов. В этом приближении распределение по потерянной партоном энергии имеет вид

$$P(\Delta E) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\prod_{i=1}^n \int d\omega_i \frac{dP(\omega_i)}{d\omega} \right] \delta \left(\Delta E - \sum_{i=1}^n \omega_i \right) \exp \left[- \int d\omega \frac{dP}{d\omega} \right], \quad (87)$$

где $dP/d\omega$ есть распределение для излучения одного глюона. При получении формул для модифицированных функций фрагментации мы используем закон сохранения флейвора и закон сохранения полного продольного импульса. Для получения функций фрагментации в фазе ДГЛАП мы используем Монте-Карло генератор РУТНІА. Полная функция фрагментации получается как свертка функций фрагментации по фазам: фаза ДГЛАП, индуцированная фаза в КГП, фаза адронизации конечных партонов после выхода из КГП. В подразделе 7.4.2 приводятся численные результаты для модифика-

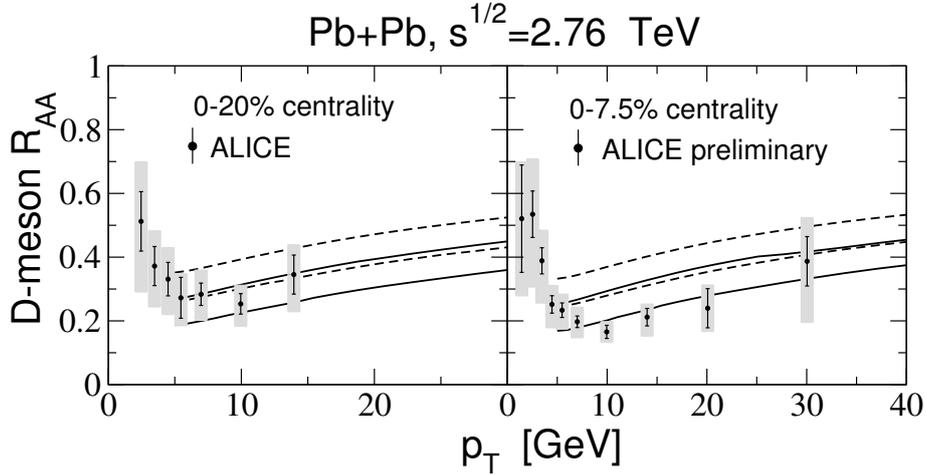


Рис. 10: R_{AA} для D мезонов для центральностей 0-20% (слева) и 0-7.5% (справа) в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для $\alpha_s^{fr} = 0.4$ (верхние кривые) и 0.5 (нижние кривые) при $y = 0$. Сплошные кривые показывают суммарный эффект радиационных и столкновительных потерь, а пунктирные эффект радиационных потерь. Экспериментальные данные получены ALICE [43] (слева), [44] (справа) как среднее для D^0, D^+, D^{*+} мезонов.

ции спектров легких адронов, электронов от распадов тяжелых кварков, и D -мезонов. Рис. 9 показывает сравнение наших результатов для R_{AA} для 0–5% интервала центральности для (а) π^0 -мезонов в Au+Au соударениях при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ с данными коллаборации PHENIX [40], и для (b,c) заряженных адронов в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ГэВ с данными коллабораций (b) ALICE [41] и (c) CMS [42]. Расчеты проводились с бегущей α_s с замораживанием при значении α_s^{fr} при малых виртуальностях. На Рис. 10 мы сравниваем наши расчеты с данными ALICE [43, 44] по R_{AA} для

D -мезонов в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для 0-20% и 0-7.5% интервала центральностей.

В разделе 7.5 формулируются выводы по результатам главы 7. Главный вывод, который можно сделать на основе сравнения с данными по R_{AA} состоит в том, что модель дает разумное описание данных как для легких, так и для тяжелых флейворов. При этом требуемая для согласия с данными по R_{AA} энтропия КГП хорошо согласуется с энтропией извлекаемой из данных по экспериментальным множественностям адронов.

В заключении приведены основные результаты работы.

В приложении приведены вычисления вспомогательного характера.

Журнальные публикации автора по теме диссертации

1. Б.Г. Захаров, *О справедливости эйконального приближения для расчета вероятности прохождения ультррелятивистских позитрониев через вещество*, Ядерная Физика **46**, 148-154 (1987).
2. B.G. Zakharov, *Fully quantum treatment of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect in QED and QCD*, JETP Lett. **63**, 952-957 (1996).
3. B.G. Zakharov, *Landau-Pomeranchuk-Migdal effect for finite size targets*, JETP Lett. **64**, 781-787 (1996).
4. B.G. Zakharov, *Radiative energy loss of high-energy quarks in finite size nuclear matter and quark - gluon plasma*, JETP Lett. **65**, 615-620 (1997).
5. B.G. Zakharov, *Light cone path integral approach to the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect*, Phys. Atom. Nucl. **61**, 838-854 (1998).
6. B.G. Zakharov, *Light cone path integral approach to the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect and the SLAC data on bremsstrahlung from high-energy electrons*, Phys. Atom. Nucl. **62**, 1008-1018 (1998).
7. B.G. Zakharov, *Transverse spectra of radiation processes in medium*, JETP Lett. **70**, 176-182 (1999).
8. R. Baier, D. Schiff, B.G. Zakharov, *Energy loss in perturbative QCD*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50**, 37-69 (2000).
9. B.G. Zakharov, *On the energy loss of high-energy quarks in a finite size quark - gluon plasma*, JETP Lett. **73**, 49-52 (2001).
10. B.G. Zakharov, *Description of the CERN SPS data on the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect for photon bremsstrahlung in quantum regime*, JETP Lett. **78**, 759-762 (2003).

11. B.G. Zakharov, *Radiative parton energy loss and jet quenching in high-energy heavy-ion collisions*, JETP Lett. **80**, 617-622 (2004).
12. B.G. Zakharov, *The Role of finite kinematic bounds in the induced gluon emission from fast quarks in a finite size quark-gluon plasma*, JETP Lett. **80**, 67-72 (2004).
13. B.G. Zakharov, *Induced photon emission from quark jets in ultrarelativistic heavy-ion collisions*, JETP Lett. **80**, 1-6 (2004).
14. P. Aurenche and B.G. Zakharov, *Collinear Photon Emission from the Quark-Gluon Plasma: The Light-Cone Path Integral Formulation*, JETP Lett. **85**, 149-155 (2007).
15. B.G. Zakharov, *Parton energy loss in an expanding quark-gluon plasma: Radiative versus collisional*, JETP Lett. **86**, 444-450 (2007).
16. P. Aurenche, B.G. Zakharov, H. Zaraket, *Failure of the collinear expansion in calculation of the induced gluon emission*, JETP Lett. **87**, 605-610 (2008).
17. B.G. Zakharov, *Parton energy loss due to synchrotron-like gluon emission*, JETP Lett. **88**, 475-480 (2008).
18. B.G. Zakharov, *Jet quenching with running coupling including radiative and collisional energy losses*, JETP Lett. **88**, 781-786 (2008).
19. P. Aurenche and B.G. Zakharov, *Anomalous mass dependence of radiative quark energy loss in a finite-size quark-gluon plasma*, JETP Lett. **90**, 237-243 (2009).
20. B.G. Zakharov, *Variation of jet quenching from RHIC to LHC and thermal suppression of QCD coupling constant*, JETP Lett. **93**, 683-687 (2011).
21. B.G. Zakharov, *Nuclear suppression of light hadrons and single electrons at the RHIC and LHC*, J. Phys. G**40**, 085003 (2013).
22. B.G. Zakharov, *Nuclear modification factor for light and heavy flavors within pQCD and recent data from the LHC*, JETP Lett. **96**, 616-620 (2013).
23. P. Aurenche and B.G. Zakharov, *Parton energy loss in glasma*, Phys. Lett. B**718**, 937-942 (2013).

Доклады автора по теме диссертации в трудах конференций

24. B.G. Zakharov, *Induced gluon radiation of high energy quark in finite-size QCD medium*, Proceedings of the 32nd Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 22-29, 1997, pp. 541-545, ed. by Jean Tran Thanh Van.

25. B.G. Zakharov, *Quark energy loss in an expanding quark-gluon plasma*, Proceedings of the 33rd Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 21-28, 1998, pp. 465-469, ed. by Jean Tran Thanh Van.
26. B.G. Zakharov, *Transverse spectra of induced radiation*, Proceedings of the 34th Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 20-27, 1999, pp. 249-252, ed. by Jean Tran Thanh Van.
27. B.G. Zakharov, *Light-cone path integral approach to the induced radiation in QED and QCD: basic concepts and recent applications* *Transverse spectra of induced radiation*, Proceedings of Diffracton 2004: International Workshop on Diffraction in High-Energy Physics, Cala Gonone, Sardinia, Italy, 18-23 Sep 2004. Published in Nucl. Phys. Proc. Suppl. **146** (2005) pp. 151-155, ed. by R. Fiore, I.P. Ivanov, A. Papa.
28. B.G. Zakharov, *Parton Energy Loss in Collinear Expansion*, Proceedings, 43rd Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions: La Thuile, Italy, March 8-15, 2008, ed. by E. Auge, J. Dumarchez, B. Pietrzyk, Jean Tran Thanh Van.
29. B.G. Zakharov, *Jet Quenching from RHIC to LHC*, Proceedings, 5th International Workshop on Diffraction in high-energy physics (Diffraction 2008): La Londe-les-Maures, France, September 9-14, 2008, pp. 398-402 ed. by R. Fiore, I. Ivanov, A. Papa, J. Soffer.
30. B.G. Zakharov, *Synchrotron-like gluon emission in the quark-gluon plasma*, Proceedings, 44th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions : La Thuile, Italy, March 14-21, 2009, pp. 407-410, ed. by E. Auge, J. Dumarchez, B. Pietrzyk, Jean Tran Thanh Van.
31. B.G. Zakharov, *Jet Quenching from RHIC to LHC*, Proceedings, 46th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions: La Thuile, Italy, March 20-27, 2011, ed. by E. Auge, J. Dumarchez, Jean Tran Thanh Van.
32. B.G. Zakharov, *Can we see from jet quenching that quark-gluon plasma becomes more perturbative at the LHC than at the RHIC?*, Quark matter. Proceedings, 22nd International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Quark Matter 2011, Annecy, France, May 23-28, 2011, ed. by Y. Schutz, U.A. Wiedemann, J. Phys. **G38**, 124161 (2011).

Цитируемая литература

1. P. Petreczky, J. Phys. G**39**, 093002 (2012).
2. J.D. Bjorken, Phys. Rev. D**27**, 140 (1983).
3. A.B. Migdal, Phys. Rev. **103**, 1811 (1956).
4. V. Gyulassy and X.N. Wang, Nucl. Phys. B**420**, 583 (1994).
5. X.N. Wang, M. Gyulassy, M. Plumer, Phys. Rev. D**51**, 3436 (1995).
6. M. Asakawa, S.A. Bass, B. Muller, Prog. Theor. Phys. **116**, 725 (2007).
7. T. Lappi and L. McLerran, Nucl. Phys. A**772**, 200 (2006).
8. P.L. Anthony, R. Becker-Szendy, P.E. Bosted et al., Phys. Rev. D**56**, 1373 (1997).
9. H.D. Hansen, U.I. Uggerhøj, C. Biino et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 014801 (2003).
10. R. Baier, Y.L. Dokshitzer, A.H. Mueller, S. Peigné, D. Schiff, Nucl. Phys. B**483**, 291 (1997).
11. M. Gyulassy, P. Levai, I. Vitev, Nucl. Phys. B**571**, 197 (2000).
12. P.B. Arnold, G.D. Moore, L.G. Yaffe, JHEP **0111**, 057 (2001).
13. P.B. Arnold, G.D. Moore, L.G. Yaffe, JHEP **0112**, 009 (2001).
14. P.B. Arnold, G.D. Moore, L.G. Yaffe, JHEP **0206**, 030 (2002).
15. M. Gyulassy, P. Levai, I. Vitev, Nucl. Phys. B**594**, 371 (2001).
16. X.N. Wang and X. Guo, Nucl. Phys. A**696**, 788 (2001).
17. B.W. Zhang and X.N. Wang, Nucl. Phys. A**720**, 429 (2003).
18. Y.L. Dokshitzer and D.E. Kharzeev, Phys. Lett. B**519**, 199 (2001).
19. E.V. Shuryak and I. Zahed, Phys. Rev. D**67**, 054025 (2003).
20. U.A. Wiedemann and M. Gyulassy, Nucl. Phys. B**560**, 345 (1999).
21. U.A. Wiedemann, Nucl. Phys. B**588**, 303 (2000).
22. U.A. Wiedemann, Nucl. Phys. A**690**, 731 (2001).
23. C.A. Salgado and U.A. Wiedemann, Phys. Rev. Lett. **93**, 042301 (2004).
24. C.A. Salgado and U.A. Wiedemann, Phys. Rev. D**68**, 014008 (2003).

25. N. Armesto, C.A. Salgado, U.A. Wiedemann, Phys. Rev. D**69**, 114003 (2004).
26. L.V. Keldysh, JETP **20**, 1018 (1965).
27. J. Casalderrey-Solana and E. Iancu, JHEP **1108**, 015 (2011).
28. J.P. Blaizot, F. Dominguez, E. Iancu, Y. Mehtar-Tani, JHEP **1301**, 143 (2013).
29. Y. Mehtar-Tani, J.G. Milhano, K. Tywoniuk, Int. J. Mod. Phys. A**28**, 1340013 (2013).
30. J.P. Blaizot and Y. Mehtar-Tani, arXiv:1503.05958.
31. P. Arnold and S. Iqbal, arXiv:1501.04964.
32. R. Baier, Y.L. Dokshitzer, A.H. Mueller, D. Schiff, Nucl. Phys. B**531**, 033 (1998).
33. A. Dbeyssi, D.A. Dirani, H. Zaraket, Phys. Rev. D**84**, 105033 (2011).
34. R.P. Feynman, A. Hibbs, Quantum Mechanics and Path Integrals, McGraw-Hill, 1965.
35. J.D. Bjorken, J.B. Kogut, D.E. Soper, Phys. Rev. D**3**, 1382 (1971).
36. G.P. Lepage and S.J. Brodsky, Phys. Rev. D**22**, 2157 (1980).
37. Yung-Su Tsai, Rev. Mod. Phys. **46**, 815 (1974).
38. E. Braaten and R.D. Pisarski, Nucl. Phys. B**337**, 569 (1990).
39. J.D. Bjorken, FERMILAB-Pub-82/59-THY, 1982.
40. A. Adare et al. [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C**87**, 034911 (2013).
41. B. Abelev et al. [ALICE Collaboration], Phys. Lett. B**720**, 52 (2013).
42. S. Chatrchyan et al. [CMS Collaboration], Eur. Phys. J. C**72**, 1945 (2012).
43. B. Abelev et al. [ALICE Collaboration], JHEP **1209**, 112 (2012).
44. A. Grelli [for ALICE Collaboration], Nucl. Phys. A**904-905**, 635c (2013).