

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Артемьева Александра Андреевича

«Корреляционные функции в теории струн и квантовой гравитации Лиувилля»,
представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 1.3.3. - Теоретическая физика.

Актуальность темы диссертации

В современной математической физике теория струн является одной из наиболее интенсивно развивающихся областей. В течение последних 30-40 лет мы наблюдаем существенное продвижение в исследовании теории двумерной квантовой гравитации, предположительно дуальной матричным моделям. Наличие дуального описания позволяет эффективно исследовать эти теории, что привело к большому набору интересных результатов.

Диссертационная работа Александра Андреевича Артемьева посвящена решению интереснейшей задачи современной теоретической и математической физики - вычислению многоточечных корреляционных чисел в $(2, 2p+1)$ -минимальной теории струн методами непрерывного (Лиувиллевская гравитация) и матричного подходов, а также детальной верификации гипотезы дуальности между ними на нетривиальных топологиях.

Исследование непертурбативной структуры двумерной квантовой гравитации, некритических струн и их связи с геометрией пространств модулей римановых поверхностей остается одним из самых глубоких направлений теоретической физики. Минимальные струны служат идеальной моделью для проверки голографических дуальностей, а также для развития универсальных методов математической физики, таких как топологическая рекурсия. Тот факт, что автору удалось связать аналитические амплитуды с когомологическими инвариантами (числами пересечений тавтологических классов) на пространствах модулей, подчеркивает высочайший уровень и актуальность работы.

Содержание работы.

Диссертация Артемьева А.А. состоит из введения, четырех глав основного текста и заключения. Общий объем диссертации составляет 135 страниц. Список литературы содержит 83 наименования.

- **Введение** начинается с обоснования актуальности темы диссертации и обзора современного состояния исследований. Затем сформулированы цели исследования и положения, выносимые на защиту диссертации; приведен список публикаций диссертанта, а также описаны научная новизна и практическая значимость результатов диссертационного исследования. В конце введения представлено краткое содержание диссертации.
- **Первая глава** является вводной. В ней рассматриваются два подхода к описанию минимальной теории струн: с использованием методов конформной теории поля и топологической рекурсии. Обсуждаются построение «тахсионных» корреляционных чисел в обоих подходах и способы их вычисления, сформулирована гипотеза

дуальности. В конце главы приведены некоторые явные выражения для струнных амплитуд из обоих подходов, полученные ранее.

- **Во второй главе** обсуждаются корреляционные числа на торе в минимальной струне в подходе теории поля. После обсуждения технических фактов о конформных теориях поля на торе в разделе 2.1 в главе представлен один из оригинальных результатов диссертанта – аналитическое вычисление одноточечных корреляционных чисел для случая минимальной струны Ли-Янга. Для этой цели обобщается метод высших уравнений движения в теории Лиувилля, примененный в более ранних работах к аналогичному вычислению четырехточечной амплитуды на сфере. Амплитуды в теории струн даются интегралами по пространствам модулей комплексных кривых от дифференциальных форм, построенных из корреляционных функций в конформной теории поля на мировом листе. Физические операторы, входящие в определение корреляционной функции, являются представителями классов когомологий БРСТ-заряда; корреляторы БРСТ-точных операторов сводятся к полным производным на пространстве модулей и не дают вклада в амплитуду. Высшие уравнения движения – это операторные уравнения, позволяющие представить физические операторы в минимальной струне как БРСТ-потомки от так называемых логарифмических операторов, определенных на расширенном пространстве состояний. Благодаря этому интегранд снова формально сводится к полной производной на пространстве модулей, но граничные члены дают нетривиальные вклады, которые тем не менее могут быть явно вычислены. В разделе 2.2 это вычисление обсуждается подробно в применении к корреляционным числам в роде один и иллюстрируется на первых нетривиальных примерах. В разделе 2.3 автором показано, что ответы для амплитуд, полученные таким методом, совпадают с предсказаниями из дуального подхода. Помимо этого, обсуждаются модификации, необходимые для обобщения этого метода на другие теории двумерной лиувиллевской гравитации.
- **В третьей главе** исследуется квазиклассический предел амплитуд в минимальной теории струн. В теории Лиувилля квазиклассическим называется предел, в котором центральный заряд стремится к бесконечности. Основные свойства корреляционных функций в этом пределе и подходы к их вычислению описаны в разделе 3.1. Амплитуды в минимальной теории струн являются кусочно-полиномиальными функциями, которые в квазиклассическом пределе в определённой области пространства параметров совпадают с аналитическим продолжением объёмов Вейля-Петерсона из гиперболической геометрии. Более общей является их интерпретация как объёмов пространств модулей поверхностей постоянной кривизны с коническими дефектами. Автор исследует эту интерпретацию, выдвигая гипотезу, что соответствующие объёмы пространств модулей ассоциированы с кэлеровыми метриками Зографа-Тахтаджяна, для которых в качестве кэлера потенциала выступает классическое действие в теории поля Лиувилля. Эта гипотеза проверяется прямым вычислением действия и объёмов пространств модулей двумя способами на примере четырёхточечной амплитуды на сфере. В разделе 3.2 изложен численный метод, основанный на интегральном представлении четырёхточечной функции в теории Лиувилля, следующем из конформного бутстрапа, где классическое лиувиллевское действие вычисляется при поиске седловой точки в этом интеграле. В разделе 3.3 используется метод, основанный на применении теории возмущений к дифференциальному уравнению Белавина-Полякова-Замолотчикова. В

квазиклассическом пределе оно становится обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, которое определяет классическое действие условием унитарности монодромии системы решений. Результаты вычислений в обоих подходах сравниваются с прямым квазиклассическим пределом выражений для амплитуд в минимальной теории струн.

- **В четвертой главе** рассматривается дуальный подход к минимальной теории струн серии Ли-Янга, сформулированный в терминах топологической рекурсии. Оригинальные результаты диссертанта состоят в получении новых представлений для тахионных амплитуд в этом подходе, позволяющие систематически вычислять их для поверхностей произвольного рода. В разделе 4.1 установлена связь между амплитудами в определенной области параметров и ранее изученными в литературе « r -деформированными объемами», являющимися деформациями объемов Вейля-Петерсона и имеющими простое выражение в терминах данных топологической рекурсии. Получено выражение для r -деформированных объемов в терминах чисел пересечений тавтологических классов на пространстве модулей кривых. В разделе 4.2. предложена новая формулировка соответствия. Для отождествления корреляционных чисел в двух подходах в используемой до этого формулировке требовалось использовать полиномиальную замену производящих параметров, называемую «резонансными преобразованиями». Автором продемонстрировано, что эта замена переменных в терминах топологической рекурсии автоматически кодируется простой процедурой « x -у замены». Такая переформулировка позволяет получить общие формулы для корреляционных чисел, справедливые без ограничений на параметры, в терминах сумм по стабильным графам.
- **В пятой главе (Заключение)** кратко сформулированы основные результаты работы и намечены перспективы дальнейших исследований.

Достоверность и обоснованность результатов.

Достоверность результатов диссертации не вызывает сомнений. Она надежно обеспечивается строгим внутренним согласием двух принципиально разных подходов (континуального квантово-полевого и дискретного матричного). Дополнительным весомым подтверждением достоверности служит полное согласие полученных автором результатов с независимыми выводами и расчетными данными работ других ведущих исследователей в данной области. Результаты прошли подробную апробацию на международных конференциях и опубликованы в авторитетных рецензируемых физических журналах.

Научная и практическая значимость результатов.

Изучаемые в диссертации проблемы представляют глубокий научный интерес в области теоретической и математической физики, а развитые автором методы обладают широким потенциалом применимости в других моделях двумерной квантовой гравитации.

Замечания В целом диссертация написана ясно, обладает внутренним единством. Остановливаясь на недостатках, отметим следующее. Задачи, поставленные и решенные в диссертации, требуют для понимания весьма серьезную математическую подготовку. Поэтому было бы уместно в конце наиболее важных разделов добавить пояснения, более понятные для широкого круга читателей, относительно значимости и приложений полученных результатов для других разделов теоретической физики. Диссертация практически свободна от опечаток, тем более неприятно выглядит ошибка в фамилии

одного из авторов иерархии Кадомцева-Петвиашвили. Ну и весьма забавно смотрятся индексы «там» и «здесь».

Очевидно, что высказанные замечания имеют в целом технический характер, направлены на уточнение деталей и ни в коей мере не снижают фундаментальную научную ценность и достоверность диссертации.

Заключение

Диссертация Артемьева Александра Андреевича «**Корреляционные функции в теории струн и квантовой гравитации Лиувилля**», представленная к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 «Теоретическая физика», по своей актуальности, научной новизне, достоверности результатов является завершенным научным исследованием. Автор внес значительный вклад в развитие методов теории струн, двумерной квантовой гравитации и матричных моделей.

Материалы диссертации своевременно опубликованы в ведущих научных журналах, неоднократно докладывались на научных конференциях. Результаты работы могут быть непосредственно использованы в научно-исследовательской деятельности таких ведущих центров, как ИТЭФ, ФИАН, ОИЯИ, ПОМИ РАН, ИЯИ РАН, ИТФ им. Л.Д. Ландау и др.

Диссертация А.А. Артемьева «**Корреляционные функции в теории струн и квантовой гравитации Лиувилля**» отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям по специальности 1.3.3 – теоретическая физика, а ее автор Артемьев Александр Андреевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Официальный оппонент

Сергей Олегович Кривонос

Начальник отдела Современной математической физики
Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
Объединенного Института Ядерных Исследований
доктор физико-математических наук
e-mail: krivonos@theor.jinr.ru
тел.: +7 49621 63394

Подпись С.О. Кривоноса «удостоверен»

Ученый секретарь ЛТФ ОИЯИ,

А.В. Андреев

Кандидат физико-математических наук

17 августа 2026 г.

