

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 002.207.01 НА БАЗЕ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
НАУКИ ИНСТИТУТА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ИМ.Л.Д.ЛАНДАУ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ  
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 30.06.2017 г. №1

О присуждении Марихину Владимиру Георгиевичу, гражданину РФ, ученой степени доктора физико-математических наук. Диссертация «Квазиштеккелевы гамильтонианы, канонические преобразования Беклунда и другие аспекты теории интегрируемых систем» по специальности 01.01.03 – математическая физика принята к защите 23.12.2016 г., протокол № 11 диссертационным советом Д 002.207.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук, 142432, Московская обл., г. Черноголовка, пр-т. Акад. Семенова, д. 1-А, Приказ № 105/нк от 11.04.2012 г. Соискатель, Марихин Владимир Георгиевич, 1966 года рождения. Диссертацию на соискание кандидата физико-математических наук «Фазовые переходы в сверхпроводящих системах с нетривиальным спариванием. Роль примесей» защитил в 1992 г. в диссертационном совете, созданном на базе Института физических проблем, г. Москва, работает старшим научным сотрудником в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук. Диссертация выполнена в Секторе «Математическая физика» ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН.

Официальные оппоненты:

1. Андрей Евгеньевич Миронов, доктор физико-математических наук, член-

корреспондент РАН, ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН;

2. Олег Иванович Мохов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;
3. Андрей Владимирович Цыганов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной физики физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Санкт-Петербургский государственный университет

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Математический институт с Вычислительным центром», Уфимского научного центра Российской академии наук, в своём положительном заключении, подписанном Анатолием Васильевичем Жибером, д. ф.-м. н., в.н.с. Отдела математической физики, ИМВЦ УНЦ РАН, и Исмагилом Талгатовичем Хабибуллиным, д. ф.-м. н., г.н.с. ИМВЦ УНЦ РАН, заведующим Отделом математической физики, и утвержденном И.Х. Мусиным, и.о. Директора ИМВЦ УНЦ РАН, указала, что диссертационная работа В.Г. Марихина посвящена исследованию проблем теории интегрируемых систем. Основное внимание уделено разработке подходов к таким объектам, как классические и квантовые квазиштеккелевы гамильтонианы и канонические преобразования Беклунда. Также изучаются такие важные темы, как представления интегрируемых квантовых волчков в виде дифференциальных операторов; одевание систем с разделенными переменными в двумерном случае; построение двумерных уравнений типа уравнения Шредингера; представление кулоновского газа для рациональных решений нелинейных систем, в том числе системы Леви и

уравнения Пенлеве PII-PIV; классификация скалярных интегрируемых уравнений с квадратичной нелинейностью с помощью пары Лакса в Фурье пространстве. Все полученные результаты являются новыми и представляют несомненный научный интерес, своевременно опубликованы в рецензируемых журналах, входящих в международные базы данных Web of Science, Scopus и в перечень ВАК. При получении этих результатов использовались известные методы теории интегрируемых систем, а также оригинальные методы автора, основанные на применении этих методов. Наиболее важные из полученных результатов снабжены полными доказательствами. Особенно стоит выделить открытые автором случаи «квазиточно решаемых» двумерных операторов Шредингера с магнитным полем. В диссертации изучен и решен целый ряд важных проблем теории интегрируемых систем. Диссертация является законченным научным исследованием в этой области. Результаты диссертации могут быть применены в научных учреждениях, занимающихся подобными задачами. К их числу относятся Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова и другие. Автореферат отражает содержание диссертации правильно и полно. Работа удовлетворяет требованиям ВАК к диссертациям на соискание степени доктора наук по специальности 01.01.03 - математическая физика, а ее автор заслуживает искомой степени.

Соискатель имеет 31 опубликованную работу, в том числе 21 работу, которые были опубликованы в рецензируемых научных изданиях из Перечня ВАК и вошли в диссертацию:

- [1] В.Г. Марихин, Гамильтонова теория интегрируемых обобщений нелинейного уравнения Шредингера, Письма в ЖЭТФ 66:11, 673-678 (1997).
- [2] В.Г. Марихин, А.Б. Шабат, Интегрируемые решетки, Теор. Мат. Физ. 118:2, 217-228 (1999).
- [3] В.Г. Марихин, А.Б. Шабат, М. Бойти, Ф. Пемпинелли, Автомодельные решения типа нелинейного уравнения Шредингера, ЖЭТФ 117:3, 634-643 (2000).

- [4] В.Г. Марихин, Представление кулоновского газа для рациональных решений уравнений Пенлеве, Теор. Мат. Физ. 127:2, 284-303 (2001).
- [5] В.Э. Адлер, В.Г. Марихин, А.Б. Шабат, Лагранжевы цепочки и канонические преобразования Беклунда, Теор. Мат. Физ. 129:2, 163-183 (2001).
- [6] V.G. Marikhin, Integrable systems with quadratic nonlinearity in Fourier space, Phys. Lett. A310, 60-66 (2003).
- [7] В.Г. Марихин, Динамика электронных уровней в присутствии примеси и модель Руйзенарса-Шнайдера, Письма в ЖЭТФ 77:1, 48-50 (2003).
- [8] V.G. Marikhin, V.V. Sokolov, Separation of variables on a non-hyperelliptic curve, Regul. Chaotic Dyn. 10:1, 59-70 (2005).
- [9] В.Г. Марихин, В.В. Соколов, О квазиштеккелевых гамильтонианах, Успехи мат. наук. 60:5, 175-176 (2005).
- [10] В.Г. Марихин, В.В. Соколов, Пары коммутирующих гамильтонианов, квадратичных по импульсам, Теор. Мат. Физ. 149:2, 147-160 (2006).
- [11] В.Г. Марихин, Метод одевания и разделение переменных. Двумерный случай, Теор. Мат. Физ. 161:3, 327-331 (2009).
- [12] V.G. Marikhin, V.V. Sokolov, Transformation of a pair of commuting Hamiltonians quadratic in momenta to a canonical form and on a partial real separation of variables for the Clebsch top, Regul. Chaotic Dyn. 15:6, 652-658 (2010).
- [13] В.Г. Марихин, О некоторых решениях двумерных уравнений типа Шредингера в магнитном поле, Теор. Мат. Физ. 168:2, 219-226 (2011).
- [14] В.Г. Марихин, О двумерном уравнении Шредингера в магнитном поле с дополнительным квадратичным интегралом движения, Письма в ЖЭТФ 94:3, 262-266 (2011).
- [15] В.Э. Адлер, В.Г. Марихин, А.Б. Шабат, Квантовые волчки как примеры коммутирующих дифференциальных операторов, Теор. Мат. Физ. 172:3, 355-374 (2012).
- [16] В.Г. Марихин, Квазиштеккелевы системы и двумерные уравнения Шредингера в электромагнитном поле, Теор. Мат. Физ. 177:1, 83-92 (2013).
- [17] В.Г. Марихин, О классическом движении заряженной частицы в

электромагнитном поле в двумерии с дополнительным квадратичным интегралом движения, Письма в ЖЭТФ 97:1, 491-495 (2013).

[18] V.G. Marikhin, On three-dimensional quasi-Stackel Hamiltonians, J. Phys. A47, 175201 (2014).

[19] В.Г. Марихин, Действие как инвариант преобразований Беклунда лагранжевых систем, Теор. Мат. Физ. 184:1, 71-78 (2015).

[20] В.Г. Марихин, Трехмерная решетка преобразований Бэклунда интегрируемых случаев системы Дэви - Стюартсона, Теор. Мат. Физ. 189:3, 361-369 (2016).

[21] V.G. Marikhin, Two new integrable cases of two-dimensional quantum mechanics with a magnetic field, Письма в ЖЭТФ 103:7, 552-556 (2016).

Основная часть результатов получена лично соискателем. В отзывах оппонентов и ведущей организации отмечаются следующие критические замечания:

1. В Главе 6 автор использует преобразования Беклунда для уравнений Пенлеве, не указывая, зачем это нужно. Вообще, часть Главы 6, посвященная трансцендентам Пенлеве, изложена не слишком последовательно.
2. Как обычно, следует отметить наличие ряда опечаток и небольших неточностей.
3. Первые четыре главы выглядят оторванными от остальных глав, которые носят более прикладной и технический характер. Однако на самом деле это не так, например, в разделе 7.2 де-факто также используется преобразование Беклунда. Такой стиль изложения, вкуче с некоторыми мелкими неточностями и опечатками, приводит к некоторым затруднениям при восприятии материала диссертации как единого целого. Было бы хорошо использовать более структурированное изложение материала, особенно в четвертой главе, в виде последовательности теорем, лемм, следствий, доказательств, примеров и, конечно, ссылок на них при дальнейшем изложении.

4. Замечание касается недостаточно полного изложения исторической и методической части работы, а также использования терминологии, принятой только в этой области исследования. В результате, например, не всегда понятно, какие результаты получены автором впервые, а какие были известны. Хотелось бы, чтобы автор более смело отстаивал свой приоритет.
5. В тексте диссертации имеются неточности, касающиеся истории некоторых задач и состояния их решения. В частности, это касается теории коммутирующих дифференциальных операторов. На стр. 8 сообщается, что (цитирую) «Коммутативные кольца дифференциальных операторов играют важную роль в математической физике. В случае одной переменной задача их описания была поставлена и решена в работах Шура [136] и Берчнелла–Чонди [25]». Во-первых, возникла эта задача раньше, в частности, работа Шура была явно мотивирована замечательными результатами Валленберга, первыми нетривиальными результатами в этой задаче. Во-вторых, в указанных работах Берчнелла–Чонди задача о коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторах была решена только для операторов взаимно простых порядков, причем не эффективно. В общем случае классификация, а именно описание отвечающих таким операторам алгеброгеометрических данных, была получена И.М.Кричевером. Эта классификация неэффективна, она не позволяет получить явный вид коммутирующих операторов для неособых спектральных кривых нетривиального рода, но в некоторых случаях И.М.Кричевером, С.П.Новиковым, О.И.Моховым, А.Е.Мироновым, В.С.Оганесяном и другими авторами были разработаны эффективные методы построения таких коммутирующих операторов с неособыми спектральными кривыми нетривиального рода. В общем случае эффективное решение этой задачи остается одной из интереснейших нерешенных проблем, требующих дальнейших исследований. Так что неправильно задачу о

коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторах объявлять решенной.

6. На стр. 9 написано, что уравнения Пенлеве известны еще с конца прошлого века, это было бы не так уж и давно.

На все заданные вопросы и сделанные замечания соискателем даны исчерпывающие ответы. Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается тем, что официальные оппоненты являются высококвалифицированными специалистами в данной области, а ведущая организация - признанным научным центром в данной области.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как высококвалифицированную научную работу в области теории интегрируемых систем, разработаны новые научные идеи и методы, обогащающие различные аспекты этой теории.

Квазиштеккелевы гамильтонианы, введенные в данной работе, позволяют не только посмотреть на теорию интегрируемых волчков с альтернативной точки зрения, но и получить такие объекты, как ряд двумерных операторов Шредингера с электромагнитным полем, которые можно принтегрировать с помощью алгебраических уравнений. Важным является и развитый канонический подход к преобразованиям Беклунда. Получено представление кулоновского газа для ряда трансцендент Пенлеве, новые динамические системы с квадратичной нелинейностью.

Теоретическая значимость исследования обоснована следующими основными результатами, полученными в диссертации:

1. Получены необходимые и достаточные условия коммутирования пары квадратичных по импульсам гамильтонианов с двумя степенями свободы. Предложен метод «частичного» разделения переменных. Вычислены алгебраические кривые и функции Гамильтона-Якоби. Найдено преобразование гамильтонианов к канонической квазиштеккелевой паре (штеккелевы гамильтонианы с магнитным полем).

2. Классический случай обобщен на квантовый. Построена полная классификация квазиштеккелевых гамильтонианов, соответствующих двумерному оператору Шредингера с магнитным полем. Получены и проинтегрированы, в терминах функций Гойна, новые «квazиточно решаемые» примеры таких операторов.
3. Получены трехкомпонентные классические и квантовые квазиштеккелевы системы. В классическом случае проведена полная классификация этих систем. В простейшем случае система проинтегрирована в квадратурах.
4. Исследованы квантовые аналоги интегрируемых волчков на алгебрах  $e(3)$  и  $so(4)$ . Генераторы соответствующих алгебр представлены в виде дифференциальных операторов первого порядка и получены пары коммутирующих дифференциальных операторов с двумя независимыми переменными. Получены квантовые аналоги волчка М. Адлера-ван Мёрбеке и волчка Соколова на  $so(4)$ .
5. Развит метод получения преобразований Беклунда, основанный на инвариантности вариации действия относительно ПБ. Построены треугольные решетки ПБ для дивергентных систем и уравнения Ландау-Лифшица. Найдено новое ПБ для уравнения Цицейки. Построена октаэдрическая решетка для интегрируемых версий системы Дэви-Стюартсона. Чисто дискретное уравнение, принадлежащее этой решетке, совпадает со знаменитым уравнением Хироты.
6. Установлено, что задача об L-A парах в Фурье представлении для скалярных уравнений с квадратичной нелинейностью сводится к функциональному уравнению. Получены новые примеры бездисперсионных систем и показано, что в рассматриваемом классе системы с дисперсией являются подклассом бездисперсионных.
7. Найдено представление кулоновского газа для полюсов рациональных решений уравнений Пенлеве PII-PIV. Показано, что любое рациональное решение этих уравнений определяет стационарную конфигурацию электрических зарядов, причём заряды могут быть разноименными.



Исследована решётка ПБ для уравнения Пенлеве IV. Выведены уравнения на нули и полюса рациональных решений уравнений PV-PVI.

8. Исследована динамика полюсов для рациональных решений системы Леви и двумеризованной системы Тоды. Получено алгебраическое решение задачи Коши для одного из многочастичных уравнений Калоджеро (рационального уравнения Руйзенарса-Шнайдера).

**Значение** полученных соискателем результатов исследования заключается в том, что полученные соискателем результаты внесли существенный вклад в теорию интегрируемых систем, позволили получить новые методы исследования интегрируемых случаев как конечномерных, так и бесконечномерных систем.

**Достоверность полученных результатов** не вызывает сомнений, так как при их исследовании применялись методы, широко используемые в теории интегрируемых систем. Было проведено сравнение некоторых из полученных результатов с аналогичными результатами, полученными другими методами. К примеру, алгебраические кривые, описывающие динамику некоторых классических волчков, сравнивались с кривыми, полученными с использованием пары Лакса. Приведенные в диссертации примеры преобразований Беклунда сравнивались с уже известными. Однако поскольку большинство результатов, полученных в данной диссертации, являются новыми, их нельзя сравнить с результатами других авторов. Основные результаты диссертации получены с использованием строгих математических методов и имеют понятную физико-математическую интерпретацию.

**Личный вклад соискателя** состоит в постановке задач и проведении большей части теоретических расчетов и исследований, описанных в диссертации. 13 из 21 статей, вошедших в диссертацию, опубликованы соискателем без соавторов. На заседании 30.06.2017 диссертационный совет принял решение присудить Марихину В.Г. ученую степень доктора физико-математических наук. При проведении тайного голосования диссертационный совет, в количестве 19 человек, из них 5 докторов наук по специальности 01.01.03 – математическая физика, участвовавших в заседании, из 27 человек,

